

Рабочая программа учебной дисциплины

Высшая математика

(Наименование дисциплины)

«25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей,
направленность (профиль) «Инженерно-техническое обеспечение устройств и
беспилотных авиационных систем»»

(Направление подготовки / Профиль)

Бакалавр

(Квалификация)

Кафедра разработчик

Естественных наук и профессиональных
коммуникаций

Год набора

2027

Вид учебной деятельности	Трудоемкость (объем) дисциплины
	Очная форма
	д
Зачетные единицы	12
Общее количество часов	432
Аудиторные часы контактной работы обучающегося с преподавателями:	128
– Лекционные (Л)	64
– Практические (ПЗ)	64
– Лабораторные (ЛЗ)	
– Семинарские (СЗ)	
Самостоятельная работа обучающихся (СРО)	250
К (Р-Г) Р (П) (+;-)	
Тестирование (+;-)	
ДКР (+;-)	
Зачет (+;-)	+
Зачет с оценкой (+;- (Кол-во часов))	
Экзамен (+;- (Кол-во часов))	+ (54)

Волгоград 2026

Содержание

Раздел 1. Организационно-методический раздел.....	3
Раздел 2. Тематический план.....	5
Раздел 3. Содержание дисциплины.....	6
Раздел 4. Организация самостоятельной работы обучающихся	12
Раздел 5. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся.....	17
Раздел 6. Оценочные средства промежуточной аттестации (с ключами)	31
Раздел 7. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	33
Раздел 8. Материально-техническая база и информационные технологии	34
Раздел 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	34

Раздел 1. Организационно-методический раздел

1.1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Высшая математика» входит в «Обязательная часть» дисциплин подготовки обучающихся по направлению подготовки «25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей, направленность (профиль) «Инженерно-техническое обеспечение устройств и беспилотных авиационных систем» Целью дисциплины является формирование компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО)):

ОПК-1. Способен использовать основные законы математики, единицы измерения, фундаментальные принципы и теоретические основы физики, теоретической механики, гидравлики, имеющие отношение к техническому обслуживанию воздушных судов

Дескрипторы универсальных компетенций :

ОПК-1.1. Способен применить методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для изучения предметной области.

ОПК-1.2. Способен определить необходимость и постановку задач экспериментального исследования, средства и методы обработки экспериментальных данных.

Перечисленные компетенции формируются в процессе достижения индикаторов компетенций:

Обобщенная трудовая функция/ трудовая функция	Код и наименование дескриптора компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенций (из ПС)
	ОПК-1.1. Способен применить методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для изучения предметной области. ОПК-1.2. Способен определить необходимость и постановку задач экспериментального исследования, средства и методы обработки экспериментальных данных.	Знает ИД-1 ОПК-1.1 Методы математического анализа, моделирования, теоретического и экспериментального исследования (без привязки к профессиональному стандарту) ИД-2 ОПК-1.2 Подходы к определению необходимости и постановке задач экспериментального исследования, средства и методы обработки экспериментальных данных (без привязки к профессиональному стандарту) Умеет ИД-3 ОПК-1.1 Применять методы математического анализа, моделирования и экспериментального

		исследования для изучения предметной области (без привязки к профессиональному стандарту) ИД-4 ОПК-1.2 Определять необходимость и формулировать задачи экспериментального исследования, выбирать средства и методы обработки экспериментальных данных (без привязки к профессиональному стандарту) Имеет навыки ИД-5 ОПК-1.1 Владение навыками применения методов математического анализа, моделирования и экспериментального исследования (без привязки к профессиональному стандарту) ИД-6 ОПК-1.2 Владение навыками постановки экспериментальных задач, обработки экспериментальных данных (без привязки к профессиональному стандарту)
--	--	---

**1.2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО
направления подготовки «25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей, направленность (профиль) «Инженерно-техническое обеспечение устройств и беспилотных авиационных систем»»**

№	Предшествующие дисциплины (дисциплины, изучаемые параллельно)	Последующие дисциплины
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
1	Экономическая теория	Физика
2		

Последовательность формирования компетенций в указанных дисциплинах может быть изменена в зависимости от формы и срока обучения, а также преподавания с использованием дистанционных технологий обучения.

1.3. Нормативная документация

Рабочая программа учебной дисциплины составлена на основе:

- Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки «**25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей, направленность (профиль) «Инженерно-техническое обеспечение устройств и беспилотных авиационных систем»»**

- Учебного плана направления подготовки «**25.03.01 Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей, направленность (профиль) «Инженерно-техническое обеспечение устройств и беспилотных авиационных систем»**» 2027 года набора;
- Образца рабочей программы учебной дисциплины (приказ № 113-О от 01.09.2021 г.).

**Раздел 2. Тематический план
Очная форма обучения (полный срок)**

№	Тема дисциплины	Трудоемкость				
		Всего	Аудиторные занятия		СРО	Код индикатора и дескриптора достижения компетенций
			Л	ПЗ (ЛЗ, СЗ)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Матрицы и определители	23	4	4	15	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
2	Системы линейных алгебраических уравнений	23	4	4	15	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
3	Элементы векторной алгебры	30	6	4	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
4	Многочлены. Комплексные числа.	26	2	4	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
5	Линейные отображения	26	2	4	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
6	Элементы аналитической геометрии.	28	4	4	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
7	Функции одной действительной переменной	26	4	2	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
8	Предел функции. Непрерывность функции.	28	4	4	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2

						ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
9	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	28	8	8	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
10	Интегральное исчисление (неопределенный интеграл, определенный интеграл и его приложения)	28	8	8	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
11	Дифференциальные уравнения.	34	6	8	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
12	Ряды.	30	6	4	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
13	Функции нескольких переменных.	32	6	6	20	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
Вид промежуточной аттестации						
Зачет – 1 семестр						
Экзамен - 2 семестр		54				
Итого		432	64	64	250	

Раздел 3. Содержание дисциплины

3.1. Содержание дисциплины

Раздел **Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии**

Тема 1. Матрицы и определители

Матрицы. Виды матриц. Операции над матрицами. Определители и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей n-го порядка. Обратная матрица, её свойства. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Критерий линейной независимости строк (столбцов) матрицы. Теорема о ранге матрицы.

Тема 2. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Системы n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы. Метод Крамера. Метод Гаусса. Системы m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы уравнений. Однородная система линейных уравнений, её свойства. Фундаментальная система решений. Теорема о фундаментальных решениях однородной системы. Общее решение системы неоднородных линейных уравнений.

Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Продуктивные модели Леонтьева. Критерии продуктивности.

Тема 3. Элементы векторной алгебры

Скалярные и векторные величины. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось и составляющая вектора по оси. Векторы в трёхмерном пространстве. Разложение вектора на составляющие по осям координат. Направляющие косинусы вектора. Ортонормированный базис.

Условие коллинеарности двух векторов.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение, его свойства. Смешанное произведение трёх векторов, его свойства, геометрический смысл. Условие компланарности трёх векторов.

Понятие линейного векторного пространства. Вектор в n -мерном пространстве. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Матрица перехода к новому базису и ее свойства. Линейные подпространства. Евклидово пространство. Свойства длины вектора. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение, его свойства.

Тема 4. Многочлены. Комплексные числа. (Элементы высшей алгебры)

Многочлены. Действия с многочленами. Схема Горнера.

Комплексные числа. Основные определения. Комплексная плоскость.

Алгебраическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Степень комплексного числа. Корень n -й степени из комплексного числа.

Тема 5. Линейные отображения

Линейные отображения. Основные понятия. Линейные операторы и их свойства. Матрицы оператора в разных базисах.

Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Независимость собственных векторов. Симметричный оператор. Ортогональность собственных векторов.

Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра.

Тема 6. Элементы аналитической геометрии

Прямая на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой и его частные случаи. Точка пересечения прямых. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Вычисление угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.

Кривые второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола и парабола (их свойства и канонические уравнения). Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Плоскость. Уравнение поверхности. Нормальный вектор плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку. Общее уравнение плоскости и его частные случаи. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Точка пересечения трёх плоскостей.

Прямая в пространстве. Общие уравнения прямой. Векторное уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две точки. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.

Прямая и плоскость в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Точка пересечения прямой с плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Пучок плоскостей.

Раздел Математический анализ

Тема 7. Функции одной действительной переменной

Понятие множества. Логические символы. Операции над множествами. Числовые множества. Понятие функции. Способы задания функций. Основные свойства функций. Основные элементарные функции и их графики.

Элементарные функции. Обратная функция. Сложная функция. Классификация функций. Преобразование графиков. Неявные функции. Функции, заданные параметрически и в полярных координатах.

Тема 8. Предел функции. Непрерывность функций

Предел числовой последовательности и его геометрический смысл. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число ε . Натуральные логарифмы. Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы функции.

Бесконечно малые функции. Ограниченные функции. Бесконечно большие функции и их связь с бесконечно малыми функциями.

Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.

Непрерывность функции в точке и на сегменте. Точки разрыва и их классификация. Операции над непрерывными функциями. Непрерывность элементарных функций. Основные свойства непрерывных функций.

Тема 9. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Приращение аргумента и приращение функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Дифференцируемость функции. Геометрический и механический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.

Дифференцирование неявных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Уравнение касательной и нормали к кривой. Производные высших порядков. Механический смысл производной второго порядка. Экономический смысл производной (предельные величины, эластичность функции).

Дифференциал функции и его геометрический смысл. Свойства дифференциала. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциалы высших порядков.

Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях: теорема Ферма, теоремы о среднем значении (Ролля, Лагранжа, Коши). Формула Тейлора. Разложение некоторых функций по формуле Маклорена. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей.

Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение её графика.

Приближённое решение уравнений (нахождение грубо приближенных значений корней графическим методом, уточнение найденных значений корней методом хорд и касательных).

Тема 10. Интегральное исчисление (неопределенный интеграл, определенный интеграл и его приложения)

Первообразная функции и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования (метод разложения, метод замены переменной, метод интегрирования по частям).

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Интегральная сумма. Определенный интеграл и его геометрический смысл. Теорема существования определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его производная по этому пределу. Формула Ньютона-Лейбница.

Основные методы вычисления определенного интеграла (замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле). Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы. Использование понятия определенного интеграла в экономике.

Тема 11. Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения. Основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Решение, график решения (интегральная кривая). Геометрический смысл дифференциального уравнения. Изоклина. Общее и частное решения. Теорема о существовании и единственности решения.

Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике.

Тема 12. Ряды

Числовые ряды. Основные понятия. Ряд геометрической прогрессии. Сходимость ряда. Простейшие свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши. Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда. Абсолютная и условная сходимость. Остаток ряда и его оценка.

Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Правильно сходящиеся функциональные ряды и их свойства.

Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус сходимости, интервал сходимости. Свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена.

Тема 13. Функции нескольких переменных

Функции нескольких переменных. Основные понятия. Функция двух переменных и её область определения. График функции двух переменных. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных. Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция). Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Понятие области. Точки разрыва. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.

Частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Частные производные высших порядков. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференцирование сложных и неявных функций. Дифференциалы высших порядков. Производная по направлению. Градиент функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Функции нескольких переменных в экономической теории.

Элементы интегрального исчисления для функций нескольких переменных. Понятие, свойства и основные методы вычисления кратных интегралов. Криволинейные интегралы: понятие, классификация, способы вычисления.

Векторное поле. Векторные линии.

Циркуляция, ротор векторного поля. Потенциальное поле. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция.

3.2. Содержание практического блока дисциплины

Очная форма обучения (полный срок)

№	Тема практического (семинарского, лабораторного) занятия
1	2
ПЗ 1	Матрицы и операции над ними. Вычисление определителей n -го порядка
ПЗ 2	Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений
ПЗ 3	СЛАУ и методы их решения (метод обратной матрицы, метод Крамера, метод Гаусса)
ПЗ 4	Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
ПЗ 5	Векторы и операции над ними
ПЗ 6	Скалярное и векторное произведения. Смешанное произведение трёх векторов
ПЗ 7	Комплексные числа и операции над ними. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа.
ПЗ 8	Комплексные числа. Степень комплексного числа. Корень n -й степени из комплексного числа.
ПЗ 9	Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
ПЗ 10	Квадратичные формы
ПЗ 11	Прямая на плоскости. Кривые второго порядка
ПЗ 12	Плоскость. Прямая в пространстве
ПЗ 13	Функции одной действительной переменной: преобразование графиков
ПЗ 14	Предел числовой последовательности
ПЗ 15	Предел функции. Непрерывность функций
ПЗ 16	Производная и дифференциал функции одной независимой переменной
ПЗ 17	Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей.
ПЗ 18	Экстремум функции
ПЗ 19	Исследование функции средствами дифференциального исчисления и построение её графика
ПЗ 20	Неопределённый интеграл: основные методы интегрирования
ПЗ 21	Неопределённый интеграл: основные методы интегрирования
ПЗ 22	Основные методы вычисления определённого интеграла.
ПЗ 23	Геометрические приложения определённого интеграла
ПЗ 24	Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
ПЗ 25	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

ПЗ 26	Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
ПЗ 27	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
ПЗ 28	Ряды. Исследование сходимости ряда
ПЗ 29	Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена
ПЗ 30	Производные и дифференциалы функций нескольких переменных
ПЗ 31	Производная по направлению. Градиент
ПЗ 32	Экстремум функции двух независимых переменных

3.3. Образовательные технологии

Очная форма обучения (полный срок)

№	Раздел, тема занятия	Вид учебного занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	% учебного времени
1	2	3	4	5
1	Матрицы и операции над ними. Вычисление определителей n-го порядка	ПЗ	Компьютерная симуляция	100
2	Нахождение обратной матрицы. Решение матричных уравнений	ПЗ	Компьютерная симуляция	100
3	СЛАУ и методы их решения	ПЗ	Компьютерная симуляция	100
4	Скалярное и векторное произведения. Смешанное произведение трёх векторов	ПЗ	Компьютерная симуляция	100
5	Предел функции. Непрерывность функций	ПЗ	Практическое занятие – коллективная мыслительная деятельность	100
6	Исследование функции средствами дифференциального исчисления и построение её графика.	ПЗ	Метод мозгового штурма	100
7	Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей.	ПЗ	Практикум по решению задач – работа в малых группах (кооперативное обучение)	100
8	Неопределённый интеграл: основные методы интегрирования (метод разложения, метод замены переменной, метод интегрирования по частям).	ПЗ	Метод мозгового штурма	100
9	Основные методы вычисления определённого интеграла. Геометрические приложения определённого интеграла (вычисление площадей плоских фигур, вычисление объёмов тел вращения).	ПЗ	Практикум по решению задач – работа в малых группах (кооперативное обучение)	100
10	Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.	ПЗ	Практикум по решению задач – работа в малых группах (кооперативное	100

			обучение)	
11	Линейные дифференциальные уравнения первого порядка	ПЗ	Практикум по решению задач – работа в малых группах (кооперативное обучение)	100
12	Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.	ПЗ	Практикум по решению задач – работа в малых группах (кооперативное обучение)	100
13	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	ПЗ	Практикум по решению задач – работа в малых группах (кооперативное обучение)	100
14	Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена	Л	Лекция-конференция	100
15	Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	ПЗ	Практикум по решению задач – работа в малых группах (кооперативное обучение)	100
16	Экстремум функции двух независимых переменных	ПЗ	Практикум по решению задач – работа в малых группах (кооперативное обучение)	100
Итого %				25%

Раздел 4. Организация самостоятельной работы обучающихся

4.1. Организация самостоятельной работы обучающихся

№	Раздел, тема дисциплины	№ вопросов	№ рекомендуемой литературы
1	2	3	4
1	Матрицы и определители	1-2	1-5
2	Системы линейных алгебраических уравнений.	3-4	1-5
3	Элементы векторной алгебры	5-17	1-5
4	Многочлены. Комплексные числа.	18-20	1-5
5	Линейные отображения	21-26	1-5
6	Элементы аналитической геометрии.	27-44	1-5
7	Функции одной действительной переменной	45-49	1-5
8	Предел функции. Непрерывность функции.	50	1-5
9	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	51-55	1-5

10	Интегральное исчисление (неопределенный интеграл, определенный интеграл и его приложения)	56-60	1-5
11	Дифференциальные уравнения.	61-73	1-5
12	Ряды.	74-86	1-5
13	Функции нескольких переменных.	87-103	1-5

Перечень вопросов, выносимых на самостоятельную работу обучающихся

1. Ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы.
2. Критерий линейной независимости строк (столбцов) матрицы. Теорема о ранге матрицы.
3. Системы m линейных уравнений с n переменными. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы уравнений.
4. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Продуктивные модели Леонтьева. Критерии продуктивности.
5. Скалярные и векторные величины. Линейные операции над векторами. Координаты вектора. Угол между двумя векторами.
6. Проекция вектора на ось и составляющая вектора по оси.
7. Векторы в трёхмерном пространстве. Разложение вектора на составляющие по осям координат.
8. Направляющие косинусы вектора. Ортонормированный базис.
9. Условие коллинеарности двух векторов.
10. Скалярное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение, его свойства. Смешанное произведение трёх векторов, его свойства, геометрический смысл.
11. Условие компланарности трёх векторов.
12. Понятие линейного векторного пространства.
13. Вектор в n -мерном пространстве. Линейная зависимость и независимость векторов.
14. Размерность и базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Матрица перехода к новому базису и ее свойства.
15. Линейные подпространства.
16. Евклидово пространство. Свойства длины вектора.
17. Ортонормированная система векторов. Ортогональное дополнение, его свойства.
18. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами.
19. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа.
20. Степень комплексного числа. Корень n -й степени из комплексного числа.
21. Линейные операторы и их свойства. Матрицы оператора в разных базисах.
22. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Независимость собственных векторов.
23. Симметричный оператор.
24. Ортогональность собственных векторов.
25. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
26. Критерий Сильвестра.
27. Прямая на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
28. Общее уравнение прямой и его частные случаи.
29. Точка пересечения прямых.
30. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении.
31. Уравнение пучка прямых.
32. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Вычисление угла между двумя прямыми.

33. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.
34. Кривые второго порядка. Окружность, эллипс, гипербола и парабола (их свойства и канонические уравнения).
35. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.
36. Плоскость. Уравнение поверхности. Нормальный вектор плоскости.
37. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку.
38. Общее уравнение плоскости и его частные случаи.
39. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Точка пересечения трёх плоскостей.
40. Прямая в пространстве. Общие уравнения прямой.
41. Векторное уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой.
42. Канонические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две точки. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
43. Прямая и плоскость в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Точка пересечения прямой с плоскостью.
44. Расстояние от точки до плоскости. Пучок плоскостей.
45. Понятие множества. Логические символы. Операции над множествами. Числовые множества.
46. Понятие функции. Способы задания функций. Основные свойства функций.
47. Основные элементарные функции и их графики. Обратная функция. Сложная функция.
48. Классификация функций. Преобразование графиков.
49. Неявные функции. Функции, заданные параметрически и в полярных координатах.
50. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
51. Дифференцирование неявных функций. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
52. Уравнение касательной и нормали к кривой.
53. Экономический смысл производной (предельные величины, эластичность функции).
54. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях: теорема Ферма, теоремы о среднем значении (Ролля, Лагранжа, Коши). Формула Тейлора. Разложение некоторых функций по формуле Маклорена. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей.
55. Приближенное решение уравнений (нахождение грубо приближенных значений корней графическим методом, уточнение найденных значений корней методом хорд и касательных).
56. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
57. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.
58. Теорема о среднем значении.
59. Несобственные интегралы.
60. Использование понятия определённого интеграла в экономике.
61. Дифференциальные уравнения. Основные понятия. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
62. Дифференциальные уравнения первого порядка. Решение, график решения (интегральная кривая). Геометрический смысл дифференциального уравнения. Изоклина.
63. Общее и частное решения. Теорема о существовании и единственности решения.
64. Уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
65. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

66. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.
67. Уравнение в полных дифференциалах. Уравнения Лагранжа и Клеро.
68. Дифференциальные уравнения высших порядков.
69. Уравнения, допускающие понижение порядка.
70. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
71. Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
72. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
73. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике
74. Числовые ряды. Основные понятия.
75. Ряд геометрической прогрессии.
76. Сходимость ряда. Простейшие свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда.
77. Гармонический ряд.
78. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши.
79. Знакопередающие ряды, признак Лейбница.
80. Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
81. Абсолютная и условная сходимость. Остаток ряда и его оценка.
82. Функциональные ряды. Область сходимости функционального ряда. Правильно сходящиеся функциональные ряды и их свойства.
83. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда.
84. Теорема Абеля. Радиус сходимости, интервал сходимости.
85. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.
86. Разложение некоторых элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена.
87. Функции нескольких переменных. Основные понятия.
88. Функция двух переменных и её область определения. График функции двух переменных.
89. Понятие о множестве (линии) уровня функции двух переменных.
90. Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция).
91. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Понятие области. Точки разрыва. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
92. Частные производные. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Частные производные высших порядков.
93. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
94. Дифференцирование сложных и неявных функций. Дифференциалы высших порядков.
95. Производная по направлению. Градиент функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
96. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
97. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных.
98. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
99. Функции нескольких переменных в экономической теории.
100. Элементы интегрального исчисления для функций нескольких переменных. Понятие, свойства и основные методы вычисления кратных интегралов.
101. Криволинейные интегралы: понятие, классификация, способы вычисления.

102. Векторное поле. Векторные линии.

103. Циркуляция, ротор векторного поля. Потенциальное поле. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция.

4.2. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся обеспечивается следующими учебно-методическими материалами:

1. Указаниями в рабочей программе по дисциплине (п.4.1.)
2. Лекционные материалы в составе учебно-методического комплекса по дисциплине
3. Заданиями и методическими рекомендациями по организации самостоятельной работы обучающихся в составе учебно-методического комплекса по дисциплине.
4. Глоссарием по дисциплине в составе учебно-методического комплекса по дисциплине.

Раздел 5. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся

Фонд оценочных средств по дисциплине представляет собой совокупность контролирующих материалов предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов образовательной программы. ФОС по дисциплине используется при проведении оперативного контроля и промежуточной аттестации обучающихся. Требования к структуре и содержанию ФОС дисциплины регламентируются Положением о фонде оценочных материалов по программам высшего образования – программам бакалавриата, магистратуры.

5.1. Паспорт фонда оценочных средств Очная форма обучения (полный срок)

№	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Оценочные средства			
		Л	ПЗ (ЛЗ, СЗ)	СРО	Код индикатора и дескриптора достижения компетенций
1	2	3	4	5	6
1	Матрицы и определители	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
2	Системы линейных алгебраических уравнений.	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
3	Элементы векторной алгебры	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
4	Многочлены. Комплексные числа	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
5	Линейные отображения	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
6	Элементы аналитической геометрии	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
7	Функции одной действительной переменной	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2

					ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
8	Предел функции. Непрерывность функции	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
9	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
10	Интегральное исчисление (неопределенный интеграл, определенный интеграл и его приложения)	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
11	Дифференциальные уравнения	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
12	Ряды	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2
13	Функции нескольких переменных	УО	УО, КР, ПРВ	ПРВ	ИД-1 ОПК-1.1 ИД-2 ОПК-1.2 ИД-3 ОПК-1.1 ИД-4 ОПК-1.2 ИД-5 ОПК-1.1 ИД-6 ОПК-1.2

Условные обозначения оценочных средств (Столбцы 3, 4, 5):

УО – устный (фронтальный, индивидуальный, комбинированный) опрос;

ПРВ – проверка рефератов, конспектов, переводов, решений заданий, выполненных заданий в электронном виде и т.д.;

КР – Контрольная работа (аудиторные или домашние, индивидуальные, парные или групповые контрольные, самостоятельные работы, диктанты и т.д.).

5.2. Оценочные средства текущего контроля Перечень практических (семинарских) заданий

Тема 1 «Матрицы и определители»

Практические задания 1-2.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти сумму и разность матриц: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 5 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 9 \\ 12 & 3 & -5 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. Найти матрицу $C = 2A + 5B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -9 & 3 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$

3. Найти произведения матриц AB и BA , если они существуют:

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 9 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 3 & 0 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 3 \\ 5 & 5 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 3 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

d) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$

e) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$

4. Вычислить $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}^3$

5. Вычислить определители:

a) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 9 & -5 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix}$

6. Найти обратные матрицы для следующих матриц:

a) $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

7. Решить матричные уравнения:

$$a) X \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$б) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Тема 2 «Системы линейных алгебраических уравнений»

Практические задания 3-4.

Задачи для самостоятельного решения

Решить системы уравнений методами:

- Гаусса;
- Крамера;
- обратной матрицы:

$$a) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_2 + 4x_3 + 6 = 0 \\ x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

Тема 3 «Элементы векторной алгебры»

Практическое задание 5.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти скалярное произведение векторов $a = 3i + 4j + 5k$ и $b = 4i + 5j - 3k$.
2. Найти векторное произведение векторов $a = 2i + 5j + k$ и $b = i + 2j - 3k$.
3. Найти смешанное произведение векторов $a = i - j + k$, $b = i + j + k$, $c = 2i + 3j + 4k$.
4. Вычислить скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если $|\bar{a}| = 5$, $|\bar{b}| = 4$ и векторы образуют угол 45° .
5. Найти $|\overrightarrow{AB}|$, если $A(1; 2; 3)$ и $B(3; -4; 6)$.
6. Показать, что векторы $a = 7i - 3j + 2k$, $b = 3i - 7j + 8k$, $c = i - j + k$ компланарны.
7. Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(2; 2; 2)$, $B(4; 0; 3)$, $C(0; 1; 0)$.
8. Определить смешанное произведение векторов $\bar{a} = (-3, 4, 1)$, $\bar{b} = (5, 2, 3)$, $\bar{c} = (1, 4, 6)$. Исследовать векторы на компланарность.
9. Найти объём треугольной пирамиды с вершинами $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$, $D(3; 7; 2)$.

Тема 4 «Многочлены. Комплексные числа»

Практические задания 6-7.

Задачи для самостоятельного решения

1. Решить квадратное уравнение $4x^2 - 20x + 29 = 0$.
2. Даны комплексные числа $z_1 = 5 - 12i$, $z_2 = -6 + 8i$.

Найти: $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$.

3. Комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$ представить в тригонометрической форме

и найти $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$.

4. Найти все значения $\sqrt[4]{-1}$.
5. Возвести в степень данные комплексные числа:
 - a) $(3 + 4i)^2$
 - b) $(1 + 2i)^3$
 - c) $(-1 + i)^4$

Тема 6 «Элементы аналитической геометрии»

Практическое задание 8.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить расстояние между точками: $A(3; 8)$ и $B(-2; 5)$.
2. Показать, что треугольник с вершинами $A(4; 3)$, $B(7; 6)$, $C(2; 11)$ - прямоугольный.
3. Показать, что треугольник с вершинами $A(2; -1)$, $B(4; 2)$, $C(5; 1)$ - равнобедренный.
4. Найти точку пересечения прямых: $2x + y - 1 = 0$ и $x + 2y + 1 = 0$.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1; 2)$ параллельно прямой $y = -3x + 1$.
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-3; -1)$ перпендикулярно прямой $2x + y - 3 = 0$.
7. Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(1; 2)$ и $B(-2; 3)$.
8. Треугольник задан своими вершинами $A(1; 2)$, $B(-2; 1)$, $C(2; 3)$. Найти длину его высоты, проведённой из вершины A .
9. Стороны AB , BC , AC треугольника $\triangle ABC$ заданы соответственно уравнениями: $4x + 3y - 5 = 0$, $x - 3y + 10 = 0$, $x - 2 = 0$. Определить координаты вершин $\triangle ABC$.

Тема 7 «Функции одной действительной переменной»

Практическое задание 9.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти область определения функций:
 - a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 25}$

- b) $f(x) = \lg(5x^2 + 4x - 9)$
- c) $f(x) = \sqrt{x} - \lg(2x - 3)$
- d) $f(x) = \arcsin(2x^2 + x)$
- e) $f(x) = \frac{3x-1}{\sqrt{5x+35}}$
- f) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{1 - \frac{1}{25}x^2}$
- g) $f(x) = \sqrt{(x-9)(x+19)(x-21)}$

2. Найти область значений функций:

- a) $f(x) = |x| + 1$
- b) $f(x) = 2 + 5\sin x$
- c) $f(x) = \frac{5}{x}$
- d) $f(x) = 1 - 3\cos x$
- e) $f(x) = -x^2 + 8x - 13$

3. Установить чётность или нечётность функций:

- a) $f(x) = x^4 \sin 7x$
- b) $f(x) = 5|x| - 3\sqrt[3]{x^2}$
- c) $f(x) = x^2 \sqrt[3]{x} + 2\sin x$
- d) $f(x) = \frac{2x^2}{2x-1}$
- e) $f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$

Тема 8 «Предел функции. Непрерывность функции»

Практическое задание 10.

Задачи для самостоятельного решения

Найти пределы функций:

- a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 5x + 2}$
- b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4 + x + x^2} - 2}{x + 1}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 2x - 3}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4x - 21}{2x^2 - 7x + 3}$

- e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x - 2}$
- f) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{\sqrt{3-2x} - 3}$
- g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{2 - \sqrt{x+1}}$
- h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 3x - x^2}{2x^2 + x - 1}$
- i) $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{12}{x^2 - 36} - \frac{1}{x - 6} \right)$
- j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$
- k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{1 - \cos 4x}$
- l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 + 3x)}{\arcsin 2x}$
- m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{9x+5}$

Тема 9 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Практические задания 11-12.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти производные функций:

1) $y = 3x^5 + 5x^3 + 2x^2 - 9x + 1$

2) $y = \cos^5 7x^9$

3) $y = \arcsin \frac{2x^2}{1+x^4}, |x| < 1$

4) $y = x^3 \cdot \sin 2x^5$

5) $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

6) $y = \ln(\sqrt{2 \sin x + 1} + \sqrt{2 \sin x - 1})$

7) $y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$

8) $y = e^{4x^7 + 9x^3 + 1}$

9) $y = x^{\sin x}$

2. Найти производную второго порядка:

$$y = -\frac{1}{9}x \sin 3x - \frac{2}{27} \cos 3x$$

3. Показать, что функция $y = \sin \ln x + \cos \ln x$ удовлетворяет уравнению:
 $x^2 y'' + xy' + y = 0$

4. Найти производную y'_x от неявной функции: $x^3 + y^3 - 3xy = 0$

5. Найти $y' = \frac{dy}{dx}$, если $x = a \cos t$, $y = a \sin t$

6. Найти пределы функций, используя правило Лопиталя:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - x + 16}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}$

7. Найти интервалы монотонности и исследовать функции на экстремум:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$

b) $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2}$

c) $y = x \ln^2 x$

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции:

a) $y = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[-1; 1]$

b) $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ на отрезке $[1; 3]$

c) $y = (x - 2)^2 e^{-x}$ на отрезке $[0; 5]$

9. Объём продукции u (усл.ед.) цеха в течение рабочего дня представляет функцию $u = -t^3 - 5t^2 + 75t + 425$, где t - рабочее время в часах. Вычислить производительность труда через 2 часа после начала работы.

Тема 10 «Интегральное исчисление (неопределённый интеграл, определённый интеграл и его приложения)»

Практическое задание 13.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти интегралы:

$$\int \frac{(x^2 + 1)^2}{x^2} dx$$

$$\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$$

$$\int \frac{\sin x dx}{1 + 9 \cos x}$$

$$\int \frac{x^4}{\sqrt{x^5 + 1}} dx$$

$$\int \sqrt{3 + \cos 5x} \sin 5x dx$$

$$\int \ln x dx$$

$$\int x \cos 9x dx$$

$$\int x^3 \ln x dx$$

$$\int \frac{dx}{x(1 + \ln x)^5}$$

$$\int \frac{\arctg^2 2x dx}{1 + 4x^2}$$

$$\int x^3 e^{x^4 + 5} dx$$

2. Найти объем продукции, произведенной за 2 года, если функция Кобба-Дугласа имеет вид

$$g(t) = (1 + t)e^{3t}.$$

3. Вычислить определённые интегралы:

a) $\int_0^1 x(3 - x^2)^5 dx$

b) $\int_0^5 \frac{x dx}{\sqrt{1 + 3x}}$

c) $\int_0^\pi x \sin x dx$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4 - x^2, \quad y = x^2 - 2x$$

Тема 11 «Дифференциальные уравнения»

Практическое задание 14.

Задачи для самостоятельного решения

1. Решить дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными:

$$xy' - y = y^3$$

$$xyy' = 1 - x^2$$

$$y' = x \frac{\sqrt{y^2 + 1}}{y}$$

2. Решить однородные дифференциальные уравнения:

a) $y' = \frac{y}{x} - 1$

b) $y' = \frac{x + 2y}{x}$

3. Решить линейные дифференциальные уравнения первого порядка:

a) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x$

b) $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^3$

c) $y' - y = e^x$

4. Решить дифференциальные уравнения, используя понижение порядка:

a) $y''' = e^{2x}$

b) $y'' = \ln x$

c) $2yy'' = (y')^2 + 1$

5. Решить линейные однородные дифференциальные уравнения:

a) $y'' - 2y' + 17y = 0$

b) $y'' - 8y' + 16y = 0$

c) $2y'' - 5y' + 2y = 0$

6. Решить линейные неоднородные дифференциальные уравнения:

a) $y'' - 4y' + 4y = x^2$

b) $y'' + 2y' + y = e^{2x}$

c) $y'' - 8y' + 7y = 14$

7. Найти решения уравнений, удовлетворяющие начальным условиям:

a) $y'' - 2y' + y = 0, \quad y(2) = 1, \quad y'(2) = -2$

b) $y'' + y = 4e^x, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -3$

c) $y'' + 2y' + 2y = xe^{-x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$

Тема 12 «Ряды»

Практическое задание 15.

Задачи для самостоятельного решения

1. Исследовать сходимость ряда, применив необходимый признак сходимости:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+6}{100n-1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3} - 25}{\sqrt{n} + 50}$

2. Исследовать сходимость ряда, используя признак Даламбера.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{3^n}$

3. Разложить в степенной ряд по степеням x функции:

a) $y = \frac{e^x - 1}{x}$

b) $y = \frac{1 - e^{-x^2}}{x^2}$

c) $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$

4. Разложить в ряд Маклорена функцию $y = \cos^2 x$.

5. Найти область сходимости степенных рядов:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{2^n \sqrt{n}}$

b) $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$

c) $1 + x + 2^2 x^2 + \dots + n^n x^n + \dots$

Тема 13 «Функции нескольких переменных»

Практическое задание 16.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти частные производные первого порядка:

a) $z = x^2 + 2y^2 - 3xy - 4x + 2y + 5$

b) $z = e^{xy(x^2+y^2)}$

c) $z = \ln(x^2 + y^3)$

2. Дана функция $z = f(x, y)$. Требуется найти: полный дифференциал dz ; частные производные второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ и смешанные частные производные $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$:
- $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$
 - $z = \sqrt{2xy + y^2}$
 - $z = \frac{x - y}{x^2 + y^2}$
3. Исследовать на экстремум функцию $z = f(x, y)$:
- $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$
 - $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
 - $z = 3xy - x^2 - y^2 - 10x + 5y + 3$
4. Найти градиент функции $z = x^2y - 5y^3$ в точке $P_0(2, 1)$
5. Написать уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к поверхности $3x^2y + 2xz - yz + x + 1 = 0$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, если $x_0 = 1$, $y_0 = -2$.

5.3. Тематика письменных работ обучающихся

Обучающиеся заочной формы обучения выполняют домашнюю контрольную работу.

Учебно-методические материалы, необходимые для выполнения работы, содержатся в УМК по дисциплине.

5.4. Перечень вопросов промежуточной аттестации по дисциплине

Вопросы для подготовки к экзамену

- Матрицы и операции над ними.
- Определители и их свойства.
- Обратная матрица.
- Ранг матрицы.
- СЛАУ. Основные понятия и определения.
- Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы.
- СЛАУ. Метод Гаусса.
- Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
- Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
- Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
- Общее уравнение прямой и его частные случаи.
- Точка пересечения прямых. Построение прямой по её уравнению.
- Вычисление угла между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
- Уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении.

15. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
16. Расстояние от точки до прямой.
17. Определение кривой второго порядка. Окружность.
18. Эллипс.
19. Гипербола.
20. Парабола.
21. Скалярные и векторные величины. Линейные операции над векторами.
22. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось и составляющая вектора по оси.
23. Разложение вектора на составляющие по осям координат.
24. Направляющие косинусы вектора.
25. Условие коллинеарности двух векторов.
26. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
27. Векторное произведение и его свойства.
28. Смешанное произведение трёх векторов и его геометрический смысл.
29. Условие компланарности трёх векторов.
30. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами.
31. Тригонометрическая форма комплексного числа.
32. Показательная форма комплексного числа.
33. Степень комплексного числа. Корень n -й степени из комплексного числа.
34. Схема Горнера и корни многочлена.
35. Нахождение наибольшего общего делителя (НОД) двух многочленов с помощью их разложения на неприводимые множители.
36. Линейные отображения. Основные понятия.
37. Преобразование координат.
38. Евклидово пространство.
39. Линейные операторы и их свойства.
40. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
41. Ортогональный базис и ортогональные преобразования.
42. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
43. Размерность и базис векторного пространства.
44. Критерий Сильвестра знакоопределённости квадратичной формы.
45. Нормальный вектор плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку.
46. Общее уравнение плоскости и его частные случаи.
47. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
48. Прямая в пространстве. Общие уравнения прямой.
49. Канонические уравнения прямой.
50. Уравнения прямой, проходящей через две точки.
51. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
52. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
53. Точка пересечения прямой с плоскостью.
54. Расстояние от точки до плоскости.
55. Понятие множества. Числовые множества.
56. Понятие функции. Основные свойства функций.
57. Элементарные функции. Классификация функций.
58. Предел числовой последовательности.
59. Предел функции в бесконечности и в точке.
60. Бесконечно малые величины и их свойства.
61. Бесконечно большие величины и их свойства.
62. Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела.
63. Замечательные пределы.
64. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация.

65. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши о непрерывной на отрезке функции.
66. Определение производной, её механический и геометрический смысл.
67. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
68. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций.
69. Производные основных элементарных функций. Понятие производных высших порядков.
70. Экономический смысл производной. Использование понятия производной в экономике.
71. Эластичность функции и её свойства.
72. Уравнение касательной и нормали к кривой.
73. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Дифференциалы высших порядков.
74. Теорема Ферма.
75. Теорема Ролля.
76. Теорема Лагранжа.
77. Теорема Лопиталя.
78. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции.
79. Экстремум функции. Необходимый и достаточный признаки существования экстремума функции. Достаточный признак существования экстремума, основанный на знаке второй производной.
80. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
81. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции.
82. Общая схема исследования функции и построение её графика.
83. Понятие первообразной и неопределённого интеграла. Свойства неопределённого интеграла.
84. Геометрический смысл неопределённого интеграла.
85. Основные методы интегрирования. Интегрирование методом разложения.
86. Метод интегрирования по частям.
87. Интегрирование простейших рациональных дробей.
88. Метод неопределённых коэффициентов.
89. Интегральная сумма. Понятие определённого интеграла.
90. Геометрический и экономический смысл определённого интеграла.
91. Свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
92. Замена переменной и формула интегрирования по частям у определённого интеграла.
93. Геометрические приложения определённого интеграла.
94. Несобственные интегралы.
95. Использование понятия определённого интеграла в экономике.
96. Дифференциальные уравнения. Основные понятия.
97. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
98. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
99. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
100. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
101. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
102. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
103. Понятие о дифференциальных уравнениях высших порядков.
104. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике.
105. Основные понятия числовых рядов. Сходимость ряда.
106. Сходимость геометрического ряда.
107. Свойства числовых рядов.
108. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
109. Ряды с положительными членами. Признак сравнения рядов.

110. Признак Даламбера.
111. Интегральный признак Коши.
112. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
113. Остаток ряда и его оценка.
114. Область сходимости функционального ряда.
115. Правильно сходящиеся функциональные ряды и их свойства.
116. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
117. Разложение некоторых элементарных функций в ряды Тэйлора и Маклорена.
118. Числовые ряды с комплексными членами.
119. Степенные ряды в комплексной области.
120. Функция двух переменных и её область определения. График функции двух переменных.
121. Функция трёх и большего числа переменных.
122. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции. Точки разрыва.
123. Частные производные первого порядка. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных.
124. Частные производные высших порядков.
125. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков.
126. Дифференцирование сложных и неявных функций.
127. Производная в данном направлении. Градиент функции.
128. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
129. Экстремум функции двух независимых переменных.
130. Наибольшее и наименьшее значение функции.
131. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
132. Функции нескольких переменных в экономической теории.

Раздел 6. Оценочные средства промежуточной аттестации (с ключами)

1. Выберите один правильный ответ.

Определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ равен ...

- a) 3
- b) 0
- c) 5
- d) -3

Правильный ответ: d)

2. Два предела, значения которых равны 5, ...
(выберите два верных варианта ответа)

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{5x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{5x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin x}{x}$

Правильный ответ: a), d)

3. Укажите правильную последовательность этапов вычисления обратной матрицы

Дана квадратная матрица A , определитель которой не равен нулю.

- a) нахождение алгебраических дополнений элементов транспонированной матрицы и составление союзной матрицы;
- b) вычисление определителя исходной матрицы;
- c) нахождение транспонированной матрицы к данной;
- d) вычисление обратной матрицы по формуле

Правильный ответ: b)-c)-a)-d)

4. Укажите правильное соответствие между типом матричного уравнения и формулой для его решения:

- 1) $AX = B$
- 2) $XA = B$
- 3) $AXB = C$

Варианты ответов:

- a) $X = A^{-1}CB^{-1}$
- b) $X = BA^{-1}$
- c) $X = A^{-1}B$

Правильный ответ:

- 1) - c
- 2) - b
- 3) - a

5. Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ. Ответ следует записать с маленькой буквы:

Дайте определение понятию **точка минимума** – это ...

Правильный ответ: если при переходе через критическую точку производная функции меняет знак с «минуса» на «плюс» (ответ студента может быть представлен в интерпретации, эквивалентной приведенному правильному ответу)

Раздел 7. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

7.1. Основная литература

1. Шнарева Г.В. Высшая математика: учебник / Шнарева Г.В. — Москва: Ай Пи Ар Медиа, 2023. — 177 с. — ISBN 978-5-4497-2329-1. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/132560.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Дюженкова, Л. И. Практикум по высшей математике. В 2 частях. Ч.1: учебное пособие / Л. И. Дюженкова, О. Ю. Дюженкова, Г. А. Михалин. — 5-е изд. — Москва: Лаборатория знаний, 2024. — 449 с. — ISBN 978-5-93208-886-9 (Ч.1), 978-5-93208-818 0. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/135834.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Дюженкова, Л. И. Практикум по высшей математике. В 2 частях. Ч.2: учебное пособие / Л. И. Дюженкова, О. Ю. Дюженкова, Г. А. Михалин. — 5-е изд. — Москва: Лаборатория знаний, 2024. — 469 с. — ISBN 978-5-93208-887-6 (Ч.2), 978-5-93208-818 0. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/135835.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей

7.2. Дополнительная литература

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks (ЭБС IPRbooks) – электронная библиотека по всем отраслям знаний <http://www.iprbookshop.ru>

2. e-Library.ru: Научная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – URL: <http://elibrary.ru/>.

3. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка» [Электронный ресурс]. – URL: <http://cyberleninka.ru/>.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. www.manythings.org/el/ тексты на английском языке
2. www.smart-macmillan.com материалы по грамматике
3. www.ucl.ac.uk/internet-grammar материалы по грамматике
4. www.westegg.com/cliche основные клише английского языка
5. www.elllo.org - сайт для аудирования
6. Программное обеспечение для организации конференции

Раздел 8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

8.1. Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий (для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся всех направлений подготовки).

Учебная аудитория оборудована:

- Стол для преподавателя
- Стул для преподавателя
- Столы для обучающихся
- Стулья для обучающихся
- Меловая доска

8.2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся (помещение общего пользования с подключением к системам телекоммуникации и с обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду (доступ в сеть Интернет, Wi-Fi, глобальные поисковые системы, электронная почта и т.д.)

Специализированная мебель и технические средства обучения:

- Стол для преподавателя
- Стул для преподавателя
- Столы для обучающихся
- Стулья для обучающихся
- Компьютеры для преподавателя с выходом в интернет
- Компьютеры для обучающихся выходом в интернет
- ПО: MS Office, Яндекс браузер
- Цифровой образовательный ресурс IPR SMART
- доступ в ЭИОС.

Раздел 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

На практических занятиях обучающиеся знакомятся с теоретическими знаниями в области иностранного языка, практикуют коммуникативные навыки и умения, направленные на освоение общекультурных компетенций.

Основным направлением в процессе освоения дисциплины является самостоятельная работа обучающихся, объем которой определяется программой в часах для каждой категории обучающихся. Самостоятельная работа планируется с учетом расписания занятий и тематического плана по дисциплине. Контроль самостоятельной работы осуществляется на занятиях и консультациях преподавателей.

Самостоятельная работа обучающихся представляет собой самостоятельное (внеаудиторное закрепление лексического и грамматического материала, развитие навыков чтения, перевода, письма, говорения, реферирования) выполнение заданий по материалу, введенному на занятии, лексико-грамматических упражнений, упражнений на перевод, на монологическое / диалогическое высказывание по заданной теме, реферирование, аннотирование и т.п.

Обучающимся рекомендуется ежедневно работать над иностранным языком, повторяя заученные слова и выражения, читая вслух тексты, делая переводы (прямые и обратные) устно и письменно, задавая вопросы к тексту, составляя план текста, реферировав тексты, проговаривая изученные темы, варьируя содержание, в монологах и диалогах и т.п.

Обязательной составляющей процесса освоения дисциплины является аудирование. На сайтах, указанных в рабочей программе, имеются материалы для прослушивания текстов, диалогов, в которых отражены как общекультурные темы, так и профессиональная тематика.

Учебно-методическое издание

Рабочая программа учебной дисциплины

Высшая математика

*(Наименование дисциплины в соответствии с учебным
планом)*

Грачева Светлана Валентиновна

(Фамилия, Имя, Отчество составителя)