

Документ подписан посредством электронной подписи
Информация о владельце:
ФИО: Шамрай-Курбатова Лидия Викторовна
Должность: Ректор
Дата подписания: 09.06.2026 10:08:49
Уникальный программный ключ:
b1e4399771b07e18f31755456972d73b2ccfc531

Автономная некоммерческая организация высшего образования
«Волгоградский институт бизнеса»

Рабочая программа учебной дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

(Наименование дисциплины)

09.03.03 Прикладная информатика, направленность (профиль) «Прикладной искусственный интеллект»

(Направление подготовки / Профиль)

Бакалавр

(Квалификация)

Кафедра разработчик

Экономики и управления

Год набора

2026

Вид учебной деятельности	Трудоемкость (объем) дисциплины	
	Очная форма	Очно-заочная форма
	д	в
Зачетные единицы	6	6
Общее количество часов	216	216
Аудиторные часы контактной работы обучающегося с преподавателями:	64	32
– Лекционные (Л)	32	16
– Практические (ПЗ)	32	16
– Лабораторные (ЛЗ)		
– Семинарские (СЗ)		
Самостоятельная работа обучающихся (СРО)	152	184
К (Р-Г) Р (П) (+;-)		
Тестирование (+;-)		
ДКР (+;-)		
Зачет (+;-)		
Зачет с оценкой (+;- (Кол-во часов))	+	+
Экзамен (+;- (Кол-во часов))		

Волгоград 2026

Содержание

Раздел 1. Организационно-методический раздел	3
Раздел 2. Тематический план.....	5
Раздел 3. Содержание дисциплины.....	7
Раздел 4. Организация самостоятельной работы обучающихся.....	18
Раздел 5. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся.....	22
Раздел 6. Оценочные средства промежуточной аттестации (с ключами)	19
Раздел 7. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	27
Раздел 8. Материально-техническая база и информационные технологии.....	32
Раздел 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	34

Раздел 1. Организационно-методический раздел

1.1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в перечень **Обязательных дисциплин (модули) Б1.О.09** подготовки обучающихся по направлению **Прикладная информатика, направленность (профиль) «Прикладной искусственный интеллект»**.

Целью дисциплины является формирование **компетенций** (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОПОП ВО)):

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Дескрипторы универсальных компетенций:

УК-2.1. Способен сформулировать в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений, в том числе при проектировании систем с элементами искусственного интеллекта.

УК-2.2. Способен спроектировать решение конкретной задачи исходя из правовых норм и экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности, учитывая особенности правового регулирования и этические стандарты разработки и внедрения технологий искусственного интеллекта.

Перечисленные компетенции формируются в процессе достижения **индикаторов компетенций**:

Обобщенная трудовая функция/ трудовая функция	Код и наименование дескриптора компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенций (из ПС)
	<p>УК-2.1. Способен сформулировать в рамках поставленной цели проекта совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих ее достижение, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений, в том числе при проектировании систем с элементами искусственного интеллекта.</p> <p>УК-2.2. Способен спроектировать решение конкретной задачи исходя из правовых норм и экономических знаний в различных сферах жизнедеятельности, учитывая особенности правового регулирования и этические стандарты разработки и внедрения технологий искусственного интеллекта.</p>	<p>Знает ИД-1 УК-2.1 Принципы постановки целей и задач проекта, методы оценки ресурсов и ограничений для обеспечения достижения планируемых результатов (без привязки к профессиональному стандарту) ИД-2 УК-2.2 Основные правовые, экономические и этические нормы, регулирующие разработку и внедрение программных продуктов, включая системы искусственного интеллекта (без привязки к профессиональному стандарту)</p> <p>Умеет ИД-3 УК-2.1 Формулировать совокупность взаимосвязанных задач, обеспечивающих достижение цели проекта, с учётом имеющихся ресурсов и ограничений (без привязки к профессиональному стандарту) ИД-4 УК-2.2 Проектировать решение профессиональной задачи, учитывая требования правового регулирования, экономической эффективности и этические стандарты (без привязки к профессиональному стандарту)</p>

		<p>Имеет навыки</p> <p>ИД-5 УК-2.1 Владение методами декомпозиции целей и планирования этапов проектной деятельности в условиях заданных ресурсных ограничений (без привязки к профессиональному стандарту)</p> <p>ИД-6 УК-2.2 Владение навыками анализа проектных решений на соответствие правовым, экономическим и этическим требованиям в профессиональной сфере (без привязки к профессиональному стандарту)</p>
--	--	--

**1.2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО
направления подготовки «09.03.03 Прикладная информатика», направленность (профиль) «Прикладной искусственный интеллект»**

№	Предшествующие дисциплины (дисциплины, изучаемые параллельно)	Последующие дисциплины
1	2	3
1	Линейная алгебра	Информационные технологии и искусственный интеллект
2	Математическая логика	Python: основные библиотеки для анализа данных
3	Теория вероятностей и математическая статистика	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы
4	Математический анализ и моделирование	Информатика и программирование
5		Учебная практика (Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы))
6		Производственная практика (Технологическая (проектно-технологическая) практика)
7		Учебная практика (Эксплуатационная практика)
8		Производственная практика (Преддипломная практика)

Последовательность формирования компетенций в указанных дисциплинах может быть изменена в зависимости от формы и срока обучения, а также преподавания с использованием дистанционных технологий обучения.

1.3. Нормативная документация

Рабочая программа учебной дисциплины составлена на основе:

- Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки **09.03.03 Прикладная информатика**;
- Учебного плана направления подготовки **09.03.03 Прикладная информатика, направленность (профиль) «Прикладной искусственный интеллект»** 2026 года набора;
- Образца рабочей программы учебной дисциплины (приказ № 113-О от 01.09.2021 г.).

Раздел 2. Тематический план

Очная форма обучения (полный срок)

№	Тема дисциплины	Трудоемкость				Код индикатора и дескриптора достижения компетенций
		Всего	Аудиторные занятия		СРО	
			Л	ПЗ (ЛЗ, СЗ)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Основы Теории вероятностей	14	2	2	10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
2	Описательная статистика и EDA (Exploratory Data Analysis)	14	2	2	10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
3	Оценка параметров и доверительные интервалы	14	2	2	10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
4	Проверка гипотез и подгонка распределений	14	2	2	10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
5	Дисперсионный анализ (ANOVA)	14	2	2	10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
6	Линейная и множественная регрессия	14	2	2	10	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
7	Обобщённые, регуляризованные и смешанные модели регрессии	14	2	2	10	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
8	Пространственный анализ и картограммы	14	2	2	10	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
9	Случайные величины и их характеристики	14	2	2	10	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
10	Основные распределения вероятностей	14	2	2	10	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема	14	2	2	10	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
12	Многомерные случайные величины	14	2	2	10	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
13	Методы статистического вывода: точечное оценивание	12	2	2	8	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
14	Непараметрические методы	12	2	2	8	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
15	Временные ряды и прогнозирование	12	2	2	8	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
16	Многомерные методы анализа	12	2	2	8	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
Вид промежуточной аттестации (Зачет с оценкой)		+				
Итого		216	32	32	152	

Очно-заочная форма обучения (полный срок)

№	Тема дисциплины	Трудоемкость				Код индикатора и дескриптора достижения компетенций
		Всего	Аудиторные занятия		СРО	
			Л	ПЗ (ЛЗ, СЗ)		

				СЗ)		тенций
1	2	3	4	5	6	7
1	Основы Теории вероятностей	12	2		10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
2	Описательная статистика и EDA (Exploratory Data Analysis)	12		2	10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
3	Оценка параметров и доверительные интервалы	12	2		10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
4	Проверка гипотез и подгонка распределений	12	2		10	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
5	Дисперсионный анализ (ANOVA)	14		2	12	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
6	Линейная и множественная регрессия	14	2		12	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
7	Обобщённые, регуляризованные и смешанные модели регрессии	14	2		12	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
8	Пространственный анализ и картограммы	14		2	12	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
9	Случайные величины и их характеристики	14	2		12	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
10	Основные распределения вероятностей	14		2	12	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема	14		2	12	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
12	Многомерные случайные величины	14	2		12	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
13	Методы статистического вывода: точечное оценивание	14		2	12	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
14	Непараметрические методы	14	2		12	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
15	Временные ряды и прогнозирование	14		2	12	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
16	Многомерные методы анализа	14		2	12	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
Вид промежуточной аттестации (Зачет с оценкой)		+				
Итого		216	16	16	184	

Раздел 3. Содержание дисциплины

3.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Основы теории вероятностей

Пространство элементарных исходов, события (достоверные, невозможные, совместные, несовместные). Алгебра и σ -алгебра событий. Классическое, геометрическое, статистическое и аксиоматическое (Колмогорова) определения вероятности. Свойства вероятности (неотрицательность, нормированность, аддитивность). Условная вероятность, независимость событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса (теорема гипотез). Схема Бернулли: формула Бернулли, наиболее вероятное число успехов. Теорема Пуассона для редких событий.

Тема 2. Описательная статистика и EDA (Exploratory Data Analysis)

Выборка, вариационный ряд, частота, относительная частота. Эмпирическая функция распределения и её свойства. Гистограмма, полигон частот. Меры центральной тенденции: среднее арифметическое, медиана, мода. Меры разброса: размах, дисперсия (выборочная и исправленная), среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Квартили, децили, межквартильный размах. Боксплот (ящик с усами): правило выявления выбросов. Меры формы распределения: асимметрия (коэффициент Пирсона), эксцесс. Визуализация: диаграмма рассеяния, Q-Q plot (квантиль-квантиль). Понятие EDA: предварительный анализ, выявление структуры, аномалий и зависимостей.

Тема 3. Оценка параметров и доверительные интервалы

Задача точечного оценивания. Свойства оценок: несмещённость, состоятельность, эффективность (дисперсия, информация Фишера). Методы получения оценок: метод моментов (приравнение выборочных и теоретических моментов). Метод максимального правдоподобия (функция правдоподобия, логарифмическое правдоподобие, уравнения правдоподобия). Интервальное оценивание. Доверительный интервал: определение, доверительная вероятность, уровень значимости. Доверительный интервал для математического ожидания при известной дисперсии (с использованием нормального распределения). Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии (с использованием t -распределения Стьюдента). Доверительный интервал для дисперсии (χ^2 -распределение). Доверительный интервал для вероятности (доли) биномиального признака. Определение необходимого объёма выборки для заданной точности.

Тема 4. Проверка гипотез и подгонка распределений

Статистическая гипотеза: нулевая (H_0) и альтернативная (H_1). Простые и сложные гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости α , мощность критерия $(1-\beta)$. Статистика критерия, критическая область (двусторонняя, правосторонняя, левосторонняя). p -value: определение и интерпретация. Параметрические критерии: t -критерий Стьюдента для одной выборки (сравнение среднего с заданным числом). Двухвыборочный t -критерий (для независимых выборок, с равенством и неравенством дисперсий). Парный t -критерий для связанных выборок. F -критерий Фишера для сравнения двух дисперсий. Критерии согласия (проверка гипотезы о законе распределения): критерий χ^2 Пирсона (группированные данные), критерий Колмогорова–Смирнова (для непрерывных распределений). Проверка нормальности: тест Шапиро–Уилка, критерий Харке–Бера.

Тема 5. Дисперсионный анализ (ANOVA)

Сравнение средних нескольких групп. Однофакторный дисперсионный анализ: модель (межгрупповая и внутригрупповая изменчивость). Общая сумма квадратов (SST), факторная сумма квадратов (SSB), остаточная сумма квадратов (SSE). Средние квадраты (MSB , MSE). F -статистика (отношение MSB/MSE). Таблица ANOVA. Предпосылки: нормальность остатков, однородность дисперсий (гомоскедастичность) – тест Левена, тест Бартлетта. Множественные сравнения: поправка на множественность (Бонферрони), метод Тьюки (Tukey HSD). Двухфакторный ANOVA

(без взаимодействия и с взаимодействием). Трёхфакторный ANOVA (краткое упоминание).

Тема 6. Линейная и множественная регрессия

Парная линейная регрессия: модель $y = a + bx + \varepsilon$. Метод наименьших квадратов (МНК): оценки коэффициентов a , b . Свойства МНК-оценок (теорема Гаусса–Маркова). Коэффициент детерминации R^2 , скорректированный R^2 . Стандартные ошибки коэффициентов, t -статистики и p -value для проверки значимости коэффициентов. Доверительные интервалы для коэффициентов. F -тест значимости регрессии. Множественная регрессия: модель $y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \dots + \beta_kx_k + \varepsilon$. Матричная форма записи. Мультиколлинеарность: определение, последствия, методы обнаружения (фактор инфляции дисперсии VIF). Частные коэффициенты корреляции. Диагностика остатков: проверка гомоскедастичности (тест Голдфелда–Квандта, тест Бреуша–Пагана), проверка отсутствия автокорреляции (критерий Дарбина–Уотсона), нормальность остатков (Q-Q plot, тест Шапиро–Уилка). Прогнозирование: точечный прогноз, доверительный интервал для прогноза.

Тема 7. Обобщённые, регуляризованные и смешанные модели регрессии

Обобщённые линейные модели (GLM): компоненты (случайная составляющая из экспоненциального семейства, систематическая составляющая $\eta = X\beta$, функция связи $g(\mu)=\eta$). Логистическая регрессия (биномиальная GLM с логит-связкой): модель для вероятности p , оценка методом максимального правдоподобия, отношение шансов. Пуассоновская регрессия (для счётных данных, лог-связка). Проблема переобучения. Регуляризация: L_2 -регуляризация (Ridge регрессия), L_1 -регуляризация (Lasso регрессия), Elastic Net (комбинация L_1 и L_2). Выбор параметра регуляризации (кросс-валидация). Смешанные модели (Linear Mixed Models, LMM): фиксированные эффекты (популяционные) и случайные эффекты (индивидуальные). Модель со случайным пересечением, со случайным наклоном. Структура ковариации. Оценка методом ограниченного максимального правдоподобия (REML).

Тема 8. Пространственный анализ и картограммы

Пространственные данные: типы (точечные, линейные, полигональные, растровые). Географические информационные системы (ГИС). Картограмма (choropleth map): визуализация статистических показателей на административных или природных регионах. Принципы построения: нормализация данных, выбор цветовой шкалы (sequential, diverging, qualitative). Пространственная автокорреляция: первая теорема географии Тоблера. Глобальный индекс Морана (Global Moran's I): формула, интерпретация (положительная/отрицательная/нулевая автокорреляция), тест на значимость. Локальный индекс Морана (LISA) – выявление кластеров и выбросов. Пространственные весовые матрицы (смежность, расстояние). Пространственная регрессия: модель пространственного лага (SAR), модель пространственной ошибки (SEM). Географически взвешенная регрессия (GWR).

Тема 9. Случайные величины и их характеристики

Случайная величина (СВ) как измеримая функция. Дискретные и непрерывные СВ. Функция распределения $F(x)$ и её свойства (неубывание, пределы, непрерывность справа). Плотность распределения $f(x)$ для непрерывных СВ: определение, свойства (неотрицательность, интеграл = 1). Математическое ожидание: определение для дискретного и непрерывного случаев, свойства (линейность, монотонность). Дисперсия: определение, свойства, формула $D[X] = E[X^2] - (E[X])^2$. Среднее квадратическое отклонение. Моменты: начальные ($\alpha_k = E[X^k]$) и центральные ($\mu_k = E[(X - E[X])^k]$). Производящая функция моментов (MGF) и характеристическая функция. Квантили, медиана, мода. Преобразования случайных величин (линейные, нелинейные). Примеры: индикатор события, сумма СВ.

Тема 10. Основные распределения вероятностей

Биномиальное распределение $B(n,p)$: параметры, формула вероятности, матожидание и дисперсия. Распределение Пуассона $P(\lambda)$: предельный случай биномиального, свойства, матожидание = дисперсия = λ . Геометрическое распределение (число испытаний до первого успеха). Гипергеометрическое распределение (выборка без возвращения).

Равномерное распределение $U(a,b)$: плотность, функция распределения, моменты. Нормальное (гауссовское) распределение $N(\mu,\sigma^2)$: плотность, колоколообразная форма, правило 3σ , стандартное нормальное распределение, таблицы квантилей. Экспоненциальное распределение $Exp(\lambda)$: функция выживания, отсутствие памяти. Гамма-распределение (частные случаи: экспоненциальное, Эрланга, χ^2). Распределение χ^2 (n степеней свободы) – сумма квадратов независимых стандартных нормальных СВ. Распределение Стьюдента $t(n)$ – отношение нормальной к корню из χ^2/n . Распределение Фишера $F(n_1,n_2)$. Логнормальное распределение.

Тема 11. Закон больших чисел и центральная предельная теорема

Неравенства Чебышёва (для произвольной СВ с конечной дисперсией) и Маркова (для неотрицательной СВ). Сходимость по вероятности и почти наверное. Закон больших чисел (ЗБЧ): теорема Бернулли (сходимость частоты к вероятности), теорема Чебышёва (среднее арифметическое СВ сходится к среднему математическому), усиленный ЗБЧ (Бореля, Колмогорова). Центральная предельная теорема (ЦПТ) Линдберга–Леви для независимых одинаково распределённых СВ. Теорема Муавра–Лапласа (интегральная и локальная) – нормальная аппроксимация биномиального распределения. Практические следствия: обоснование выборочного метода, правило «нормальности» сумм. Оценка погрешности аппроксимации (теорема Берри–Эссеена).

Тема 12. Многомерные случайные величины

Совместная функция распределения $F(x_1,\dots,x_k)$. Совместная плотность (для непрерывных). Маргинальные (частные) распределения: получение интегрированием/суммированием по остальным переменным. Условные распределения: условная плотность $f(y|x) = f(x,y)/f_x(x)$. Условное математическое ожидание $E[Y|X]$ и его свойства (башня, измеримость). Ковариация: определение, свойства, связь с дисперсией суммы. Коэффициент корреляции Пирсона $\rho(X,Y)$: свойства ($|\rho| \leq 1$, $\rho = \pm 1$ при линейной зависимости), независимость влечёт некоррелированность, обратное неверно (контрпример). Многомерное нормальное распределение: определение через плотность (для двумерного случая), свойства (маргинальные и условные нормальны, некоррелированность = независимость). Вектор математических ожиданий и ковариационная матрица.

Тема 13. Методы статистического вывода: точечное оценивание (углублённо)

Достаточная статистика: определение, критерий факторизации Фишера–Неймана. Минимальная достаточная статистика. Полнота семейства распределений. Несмещённые оценки с минимальной дисперсией (НСМД). Теорема Рао–Блекуэлла–Колмогорова: улучшение оценок с помощью достаточной статистики. Неравенство Крамера–Рао (нижняя граница дисперсии несмещённой оценки) – информация Фишера. Эффективные оценки (достигающие границы). Асимптотическая нормальность ММП-оценок. Робастные оценки (устойчивые к выбросам): усечённое среднее, медиана. Метод перекрёстной проверки (кросс-валидация) для выбора модели.

Тема 14. Непараметрические методы

Область применения: отсутствие предположений о виде распределения. Критерии, основанные на знаках и рангах. Знаковый критерий (проверка гипотезы о медиане). Критерий Манна–Уитни (Вилкоксона для двух независимых выборок): U -статистика, связь с площадью под ROC-кривой (AUC). Критерий Вилкоксона для парных сравнений (знаковых рангов). Ранговые коэффициенты корреляции: Спирмена (разность рангов) и Кендалла (τ , основан на конкордации и дискордации). Критерий Колмогорова–Смирнова для сравнения двух эмпирических распределений (одновыборочный и двухвыборочный). Критерий χ^2 для таблиц сопряжённости (независимость двух признаков). Ядерное сглаживание плотности (KDE): ядро (гауссовское, прямоугольное), ширина окна (bandwidth). Непараметрическая регрессия (метод Надарая–Ватсона).

Тема 15. Временные ряды и прогнозирование

Компоненты временного ряда: тренд (долговременная тенденция), сезонность (периодические колебания с фиксированным периодом), цикл (длинные волны нефиксированной длины), нерегулярная (случайная) компонента. Стационарность: слабая (стационарность в широком смысле –

постоянные среднее и дисперсия, автоковариация зависит только от лага), строгая (инвариантность совместного распределения). Тесты на стационарность: расширенный тест Дики–Фуллера (ADF), тест Филлипса–Перрона. Автокорреляционная функция (ACF) и частная автокорреляционная функция (PACF). Модели Бокса–Дженкинса: AR(p) (авторегрессия), MA(q) (скользящее среднее), ARMA(p,q), ARIMA(p,d,q) – интегрированная модель (d – порядок взятия разностей). Сезонная ARIMA (SARIMA) с компонентами P,D,Q,s. Подбор порядка по ACF/PACF и информационным критериям (AIC, BIC). Прогнозирование: точечный прогноз, интервальный прогноз (стандартная ошибка прогноза). Оценка точности прогноза: MAE, RMSE, MAPE, MASE.

Тема 16. Многомерные методы анализа

Метод главных компонент (PCA): задача снижения размерности с сохранением максимальной дисперсии. Собственные векторы и собственные значения ковариационной матрицы. Главные компоненты – линейные комбинации исходных признаков. Доля объяснённой дисперсии, скрининг (каменистая осыпь). Биплот (biplot) – визуализация объектов и переменных.

Факторный анализ (FA): модель общей дисперсии (общность) и специфической дисперсии. Отличие от PCA: цель – выявление скрытых факторов. Вращение факторов (варимакс, квартимакс).

Кластерный анализ: иерархическая кластеризация (агломеративная: методы одиночной, полной, средней связи, Уорда; дендрограмма). Неиерархические методы: k-means (алгоритм, выбор числа кластеров по локтю или силуэту). Оценка качества кластеризации: силуэтный коэффициент, индекс Калински–Харабаса.

Дискриминантный анализ: линейный дискриминант Фишера (LDA) – нахождение проекции, максимизирующей межклассовое рассеяние относительно внутриклассового. Квадратичный дискриминантный анализ (QDA) – при разных ковариационных матрицах.

Визуализация многомерных данных: тепловая карта корреляций, параллельные координаты, t-SNE, UMAP (краткое упоминание).

3.2. Содержание практического блока дисциплины

Очная форма обучения (полный срок)

№	Тема практического (семинарского, лабораторного) занятия
1	2
ПЗ 1	Основы теории вероятностей – Вычисление вероятностей событий классическим, геометрическим и статистическим способами. Решение задач на совместные/несовместные события, применение теорем сложения и умножения. Расчёт условной вероятности. Решение задач на формулу полной вероятности и формулу Байеса (медицинские тесты, диагностика). Моделирование схемы Бернулли: вычисление вероятности ровно k успехов, не более k, не менее k. Построение графика распределения вероятностей.
ПЗ 2	медиана, мода, дисперсия, стандартное отклонение, асимметрия, эксцесс) вручную и с помощью pandas. Построение гистограммы, полигона частот. Выявление выбросов по правилу 1.5 IQR. Построение Q-Q plot для проверки нормальности. Создание сводных таблиц и корреляционной матрицы. Анализ реального набора данных (например, Iris, Titanic).
ПЗ 3	Оценка параметров и доверительные интервалы – Вычисление точечных оценок методом моментов и максимального правдоподобия для заданных распределений (нормальное, пуассоновское). Построение доверительных интервалов для среднего (при известной и неизвестной дисперсии) и для доли с использованием формул и функций. Расчёт необходимого объёма выборки для заданной точности. Интерпретация результатов.
ПЗ 4	Проверка гипотез и подгонка распределений – Формулировка нулевой и альтернативной гипотезы. Проведение одно- и двухвыборочного t-теста (вручную и че-

	рез <code>ttest_ind</code> , <code>ttest_rel</code> из <code>scipy</code>). Сравнение дисперсий с помощью F-теста. Проверка нормальности по критерию Шапиро–Уилка. Критерий χ^2 Пирсона для проверки согласия с равномерным, пуассоновским и нормальным распределением. Критерий Колмогорова–Смирнова. Вычисление p-value и принятие решения на заданном уровне значимости.
ПЗ 5	Дисперсионный анализ (ANOVA) – Выполнение однофакторного дисперсионного анализа вручную (расчёт сумм квадратов, MSB, MSE, F-статистики) и с помощью <code>scipy.stats.f_oneway</code> . Построение таблицы ANOVA. Проверка предпосылок: тест Левена на однородность дисперсий. Проведение пост-хок сравнений (Tukey HSD) с использованием <code>statsmodels</code> . Двухфакторный ANOVA с взаимодействием на примере данных о влиянии удобрений и сорта на урожайность. Визуализация средних с доверительными интервалами.
ПЗ 6	Линейная и множественная регрессия – Построение парной линейной регрессии вручную (расчёт коэффициентов по формулам) и с помощью <code>linregress</code> . Вычисление коэффициента детерминации R^2 . Построение множественной регрессии через <code>statsmodels.OLS</code> . Интерпретация коэффициентов, их значимости (p-value), F-статистики модели. Проверка мультиколлинеарности по VIF. Диагностика остатков: графики остатков, тест Дарбина–Уотсона, тест Бреуша–Пагана на гетероскедастичность. Построение прогнозов и доверительных интервалов.
ПЗ 7	Пространственный анализ и картограммы – Загрузка географических данных (например, <code>shapfile</code> регионов) с помощью <code>geopandas</code> . Построение картограммы (<code>choropleth map</code>) для визуализации показателя (плотность населения, уровень безработицы). Вычисление глобального индекса Морана (<code>esda</code> из <code>libpysal</code>). Создание пространственных весовых матриц (по смежности). Визуализация локальных индексов Морана (LISA) – выявление кластеров «высокий-высокий», «низкий-низкий». Построение пространственной регрессии (SAR) с использованием <code>sprege</code> .
ПЗ 8	Случайные величины и их характеристики – Вычисление математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения для дискретных и непрерывных случайных величин, заданных рядами или плотностями. Нахождение функции распределения и построение её графика. Расчёт начальных и центральных моментов. Решение задач на преобразование случайных величин (линейная функция, возведение в квадрат). Генерация выборок из заданных распределений с помощью <code>numpy.random</code> и вычисление эмпирических моментов.
ПЗ 9	Основные распределения вероятностей – Генерация выборок из биномиального, пуассоновского, нормального, экспоненциального, равномерного распределений. Построение гистограмм и наложение теоретических кривых плотности. Вычисление вероятностей с помощью функций <code>pmf</code> , <code>cdf</code> , <code>ppf</code> из <code>scipy.stats</code> . Решение задач на нахождение квантилей. Демонстрация центральной предельной теоремы: суммирование независимых равномерных величин и сравнение гистограммы суммы с нормальной кривой.
ПЗ 10	Закон больших чисел и центральная предельная теорема – Численная проверка закона больших чисел: построение графика зависимости среднего арифметического от объёма выборки для различных распределений. Иллюстрация неравенства Чебышёва: вычисление теоретической и эмпирической границы. Моделирование ЦПТ: многократное суммирование независимых СВ (экспоненциальных, пуассоновских) и построение Q-Q plot для проверки нормальности суммы. Оценка скорости сходимости.
ПЗ 11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема – Численная проверка закона больших чисел: построение графика зависимости среднего арифметического от объёма выборки для различных распределений. Иллюстрация неравенства Чебышёва: вычисление теоретической и эмпирической границы. Моделирование ЦПТ: многократное суммирование независимых СВ (экспоненциальных, пуассоновских) и построение Q-Q plot для проверки нормальности суммы. Оценка скорости сходимости.
ПЗ 12	Многомерные случайные величины – Задание совместного распределения двух дискретных СВ в виде таблицы. Вычисление маргинальных распределений, ковариации

	и коэффициента корреляции. Построение условных распределений и вычисление условного математического ожидания. Для непрерывного случая – интегрирование совместной плотности (символьно или численно). Генерация двумерной нормальной выборки с заданной корреляцией, визуализация с помощью диаграммы рассеяния и контурного графика. Проверка свойства: некоррелированность не означает независимости (пример с параболической зависимостью).
ПЗ 13	Методы статистического вывода: точечное оценивание (углублённо) – Нахождение достаточной статистики по критерию факторизации Фишера–Неймана для заданного распределения (например, для нормального с известной дисперсией). Вычисление информации Фишера и нижней границы Крамера–Рао. Сравнение дисперсий двух оценок (выборочное среднее и медиана) на основе моделирования. Применение метода перекрёстной проверки для выбора между несколькими оценками параметра.
ПЗ 14	Непараметрические методы – Проведение знакового критерия (медиана) вручную. Применение критерия Манна–Уитни для двух независимых выборок (mannwhitneyu). Критерий Вилкоксона для парных выборок (wilcoxon). Вычисление ранговой корреляции Спирмена и Кендалла (spearmanr, kendalltau). Критерий Колмогорова–Смирнова для сравнения эмпирического распределения с теоретическим и для двух выборок. Построение ядерной оценки плотности (gaussian_kde). Сравнение мощности параметрических и непараметрических критериев на зашумленных данных.
ПЗ 15	Временные ряды и прогнозирование – Визуализация временного ряда (тренд, сезонность, остатки). Проверка стационарности с помощью теста Дики–Фуллера (adfuller). Построение автокорреляционной (ACF) и частной автокорреляционной (PACF) функций. Подбор параметров ARIMA(p,d,q) с помощью auto_arima или по ACF/PACF. Оценка модели на тренировочной выборке и прогнозирование на тестовой. Вычисление метрик качества (RMSE, MAE, MAPE). Построение сезонной модели SARIMA на данных с годовой периодичностью.
ПЗ 16	Многомерные методы анализа – Применение PCA к многомерному набору данных (например, Iris) с помощью sklearn.decomposition.PCA. Визуализация в пространстве первых двух главных компонент, построение биплота. Кластеризация методом k-means: выбор числа кластеров по методу локтя и силуэтному коэффициенту. Иерархическая кластеризация, построение дендрограммы. Линейный дискриминантный анализ (LDA) для классификации (sklearn.discriminant_analysis.LinearDiscriminantAnalysis). Оценка точности классификации на тестовой выборке.

Очно-заочная форма обучения (полный срок)

№	Тема практического (семинарского, лабораторного) занятия
1	2
ПЗ 1	Основы теории вероятностей – Вычисление вероятностей событий классическим, геометрическим и статистическим способами. Решение задач на совместные/несовместные события, применение теорем сложения и умножения. Расчёт условной вероятности. Решение задач на формулу полной вероятности и формулу Байеса (медицинские тесты, диагностика). Моделирование схемы Бернулли: вычисление вероятности ровно k успехов, не более k, не менее k. Построение графика распределения вероятностей.
ПЗ 2	медиана, мода, дисперсия, стандартное отклонение, асимметрия, эксцесс) вручную и с помощью pandas. Построение гистограммы, полигона частот. Выявление выбросов по правилу 1.5 IQR. Построение Q-Q plot для проверки нормальности. Создание сводных таблиц и корреляционной матрицы. Анализ реального набора данных (например, Iris, Titanic).
ПЗ 3	Оценка параметров и доверительные интервалы – Вычисление точечных оценок ме-

	тодом моментов и максимального правдоподобия для заданных распределений (нормальное, пуассоновское). Построение доверительных интервалов для среднего (при известной и неизвестной дисперсии) и для доли с использованием формул и функций. Расчёт необходимого объёма выборки для заданной точности. Интерпретация результатов.
ПЗ 4	Проверка гипотез и подгонка распределений – Формулировка нулевой и альтернативной гипотезы. Проведение одно- и двухвыборочного t-теста (вручную и через <code>ttest_ind</code> , <code>ttest_rel</code> из <code>scipy</code>). Сравнение дисперсий с помощью F-теста. Проверка нормальности по критерию Шапиро–Уилка. Критерий χ^2 Пирсона для проверки согласия с равномерным, пуассоновским и нормальным распределением. Критерий Колмогорова–Смирнова. Вычисление p-value и принятие решения на заданном уровне значимости.
ПЗ 5	Дисперсионный анализ (ANOVA) – Выполнение однофакторного дисперсионного анализа вручную (расчёт сумм квадратов, MSB, MSE, F-статистики) и с помощью <code>scipy.stats.f_oneway</code> . Построение таблицы ANOVA. Проверка предпосылок: тест Левена на однородность дисперсий. Проведение пост-хок сравнений (Tukey HSD) с использованием <code>statsmodels</code> . Двухфакторный ANOVA с взаимодействием на примере данных о влиянии удобрений и сорта на урожайность. Визуализация средних с доверительными интервалами.
ПЗ 6	Линейная и множественная регрессия – Построение парной линейной регрессии вручную (расчёт коэффициентов по формулам) и с помощью <code>linregress</code> . Вычисление коэффициента детерминации R^2 . Построение множественной регрессии через <code>statsmodels.OLS</code> . Интерпретация коэффициентов, их значимости (p-value), F-статистики модели. Проверка мультиколлинеарности по VIF. Диагностика остатков: графики остатков, тест Дарбина–Уотсона, тест Бреуша–Пагана на гетероскедастичность. Построение прогнозов и доверительных интервалов.
ПЗ 7	Пространственный анализ и картограммы – Загрузка географических данных (например, <code>shapfile</code> регионов) с помощью <code>georandas</code> . Построение картограммы (<code>choropleth map</code>) для визуализации показателя (плотность населения, уровень безработицы). Вычисление глобального индекса Морана (<code>esda</code> из <code>libpysal</code>). Создание пространственных весовых матриц (по смежности). Визуализация локальных индексов Морана (LISA) – выявление кластеров «высокий-высокий», «низкий-низкий». Построение пространственной регрессии (SAR) с использованием <code>spreg</code> .
ПЗ 8	Случайные величины и их характеристики – Вычисление математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения для дискретных и непрерывных случайных величин, заданных рядами или плотностями. Нахождение функции распределения и построение её графика. Расчёт начальных и центральных моментов. Решение задач на преобразование случайных величин (линейная функция, возведение в квадрат). Генерация выборок из заданных распределений с помощью <code>numpy.random</code> и вычисление эмпирических моментов.
ПЗ 9	Основные распределения вероятностей – Генерация выборок из биномиального, пуассоновского, нормального, экспоненциального, равномерного распределений. Построение гистограмм и наложение теоретических кривых плотности. Вычисление вероятностей с помощью функций <code>pmf</code> , <code>cdf</code> , <code>ppf</code> из <code>scipy.stats</code> . Решение задач на нахождение квантилей. Демонстрация центральной предельной теоремы: суммирование независимых равномерных величин и сравнение гистограммы суммы с нормальной кривой.
ПЗ 10	Закон больших чисел и центральная предельная теорема – Численная проверка закона больших чисел: построение графика зависимости среднего арифметического от объёма выборки для различных распределений. Иллюстрация неравенства Чебышёва: вычисление теоретической и эмпирической границы. Моделирование ЦПТ: многократное суммирование независимых СВ (экспоненциальных, пуассоновских) и построение Q-Q plot для проверки нормальности суммы. Оценка скорости сходимости.
ПЗ 11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема – Численная проверка зако-

	на больших чисел: построение графика зависимости среднего арифметического от объёма выборки для различных распределений. Иллюстрация неравенства Чебышёва: вычисление теоретической и эмпирической границы. Моделирование ЦПТ: многократное суммирование независимых СВ (экспоненциальных, пуассоновских) и построение Q-Q plot для проверки нормальности суммы. Оценка скорости сходимости.
ПЗ 12	Многомерные случайные величины – Задание совместного распределения двух дискретных СВ в виде таблицы. Вычисление маргинальных распределений, ковариации и коэффициента корреляции. Построение условных распределений и вычисление условного математического ожидания. Для непрерывного случая – интегрирование совместной плотности (символьно или численно). Генерация двумерной нормальной выборки с заданной корреляцией, визуализация с помощью диаграммы рассеяния и контурного графика. Проверка свойства: некоррелированность не означает независимости (пример с параболической зависимостью).
ПЗ 13	Методы статистического вывода: точечное оценивание (углублённо) – Нахождение достаточной статистики по критерию факторизации Фишера–Неймана для заданного распределения (например, для нормального с известной дисперсией). Вычисление информации Фишера и нижней границы Крамера–Рао. Сравнение дисперсий двух оценок (выборочное среднее и медиана) на основе моделирования. Применение метода перекрёстной проверки для выбора между несколькими оценками параметра.
ПЗ 14	Непараметрические методы – Проведение знакового критерия (медиана) вручную. Применение критерия Манна–Уитни для двух независимых выборок (mannwhitneyu). Критерий Вилкоксона для парных выборок (wilcoxon). Вычисление ранговой корреляции Спирмена и Кендалла (spearmanr, kendalltau). Критерий Колмогорова–Смирнова для сравнения эмпирического распределения с теоретическим и для двух выборок. Построение ядерной оценки плотности (gaussian_kde). Сравнение мощности параметрических и непараметрических критериев на зашумленных данных.
ПЗ 15	Временные ряды и прогнозирование – Визуализация временного ряда (тренд, сезонность, остатки). Проверка стационарности с помощью теста Дики–Фуллера (adfuller). Построение автокорреляционной (ACF) и частной автокорреляционной (PACF) функций. Подбор параметров ARIMA(p,d,q) с помощью auto_arima или по ACF/PACF. Оценка модели на тренировочной выборке и прогнозирование на тестовой. Вычисление метрик качества (RMSE, MAE, MAPE). Построение сезонной модели SARIMA на данных с годовой периодичностью.
ПЗ 16	Многомерные методы анализа – Применение PCA к многомерному набору данных (например, Iris) с помощью sklearn.decomposition.PCA. Визуализация в пространстве первых двух главных компонент, построение биplotа. Кластеризация методом k-means: выбор числа кластеров по методу локтя и силуэтному коэффициенту. Иерархическая кластеризация, построение дендрограммы. Линейный дискриминантный анализ (LDA) для классификации (sklearn.discriminant_analysis.LinearDiscriminantAnalysis). Оценка точности классификации на тестовой выборке.

3.3. Образовательные технологии Очная форма обучения (полный срок)

№	Тема занятия	Вид учебного занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	% учебного времени
1	2	3	4	5
1	Основы теории вероятностей	ПЗ	Дискуссионные технологии, Работа в малых группах, Взаимопроверка, Мозговой штурм, Интерактивные тренажёры	25

2	Описательная статистика и EDA	ПЗ	Дискуссионные технологии, Групповое решение проблемных задач, Кейс-стади, Взаимообучение, Проектно-ориентированное обучение	25
3	Оценка параметров и доверительные интервалы	ПЗ	Работа в парах, Деловая игра, Дискуссионные технологии, Мозговой штурм, Интерактивная визуализация с коллективным обсуждением	25
4	Проверка гипотез и подгонка распределений	ПЗ	Семинар-дискуссия, Работа в группах с презентацией, Ролевая игра, Интерактивная доска, Кейс-стади	25
5	Дисперсионный анализ (ANOVA)	ПЗ	Групповое решение задач, Конкурс, Интерактивная визуализация, Мозговой штурм, Проектно-ориентированное обучение	25
6	Линейная и множественная регрессия	ПЗ	Дискуссионные технологии, Работа в группах, Кейс-стади, Проектно-ориентированное обучение, Взаимооценка	25
7	Обобщённые, регуляризованные и смешанные модели регрессии	ПЗ	Кейс-стади, Групповая работа с кросс-валидацией для выбора регуляризации, Дискуссия, Проектно-ориентированное обучение Взаимообучение	25
8	Пространственный анализ и картограммы	ПЗ	Интерактивная визуализация, Работа в малых группах с вычислением индекса Морана, Кейс-стади, Дискуссионные технологии, Проектно-ориентированное обучение	25
9	Случайные величины и их характеристики	ПЗ	Мозговой штурм, Групповое решение задач нахождение матожидания и дисперсии, Интерактивные тренажёры, Взаимопроверка, Работа в парах	25
10	Основные распределения вероятностей	ПЗ	Семинар-дискуссия, Работа в группах с генерацией выборок и подбором теоретических кривых, Деловая игра, Интерактивная визуализация, Проектно-ориентированное обучение	25
11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема	ПЗ	Групповое решение экспериментальных задач, Дискуссионные технологии, Интерактивные симуляции, Мозговой штурм, Кейс-стади	25
12	Многомерные случайные величины	ПЗ	Работа в малых группах с вычислением ковариации и корреляции, Кейс-стади, Интерактивная визуализация, Дискуссия, Взаимообучение	25
13	Методы статистического вывода: точечное оцени-	ПЗ	Семинар-дискуссия, Групповое решение задач на метод максимального правдоподобия, Проект-	25

	вание (углублённо)		но-ориентированное обучение, Кейс-стади, Взаимопроверка расчётов достаточных статистик	
14	Непараметрические методы	ПЗ	Ролевая игра, Групповая работа с ранговыми критериями, Кейс-стади, Дискуссионные технологии, Интерактивные тренажёры	25
15	Временные ряды и прогнозирование	ПЗ	Проектно-ориентированное обучение, Кейс-стади, Работа в группах, Дискуссионные технологии, Интерактивная визуализация	25
16	Многомерные методы анализа	ПЗ	Групповое решение задач на PCA и кластеризацию, Кейс-стади, Деловая игра, Интерактивная доска, Проектно-ориентированное обучение	25
Итого				25%

Очно-заочная форма обучения (полный срок)

№	Тема занятия	Вид учебного занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	% учебного времени
1	2	3	4	5
1	Основы теории вероятностей	ПЗ	Дискуссионные технологии, Работа в малых группах, Взаимопроверка, Мозговой штурм, Интерактивные тренажёры	25
2	Описательная статистика и EDA	ПЗ	Дискуссионные технологии, Групповое решение проблемных задач, Кейс-стади, Взаимообучение, Проектно-ориентированное обучение	25
3	Оценка параметров и доверительные интервалы	ПЗ	Работа в парах, Деловая игра, Дискуссионные технологии, Мозговой штурм, Интерактивная визуализация с коллективным обсуждением	25
4	Проверка гипотез и подгонка распределений	ПЗ	Семинар-дискуссия, Работа в группах с презентацией, Ролевая игра, Интерактивная доска, Кейс-стади	25
5	Дисперсионный анализ (ANOVA)	ПЗ	Групповое решение задач, Конкурс, Интерактивная визуализация, Мозговой штурм, Проектно-ориентированное обучение	25
6	Линейная и множественная регрессия	ПЗ	Дискуссионные технологии, Работа в группах, Кейс-стади, Проектно-ориентированное обучение, Взаимооценка	25
7	Обобщённые, регуляризованные и смешанные модели регрессии	ПЗ	Кейс-стади, Групповая работа с кросс-валидацией для выбора регуляризации, Дискуссия, Проектно-ориентированное обучение Взаимообучение	25
8	Пространственный ана-	ПЗ	Интерактивная визуализация, Работа в малых группах с вычисле-	25

	лиз и картограммы		нием индекса Морана, Кейс-стади, Дискуссионные технологии, Проектно-ориентированное обучение	
9	Случайные величины и их характеристики	ПЗ	Мозговой штурм, Групповое решение задач на нахождение математического ожидания и дисперсии, Интерактивные тренажёры, Взаимопроверка, Работа в парах	25
10	Основные распределения вероятностей	ПЗ	Семинар-дискуссия, Работа в группах с генерацией выборок и подбором теоретических кривых, Деловая игра, Интерактивная визуализация, Проектно-ориентированное обучение	25
11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема	ПЗ	Групповое решение экспериментальных задач, Дискуссионные технологии, Интерактивные симуляции, Мозговой штурм, Кейс-стади	25
12	Многомерные случайные величины	ПЗ	Работа в малых группах с вычислением ковариации и корреляции, Кейс-стади, Интерактивная визуализация, Дискуссия, Взаимообучение	25
13	Методы статистического вывода: точечное оценивание (углублённо)	ПЗ	Семинар-дискуссия, Групповое решение задач на метод максимального правдоподобия, Проектно-ориентированное обучение, Кейс-стади, Взаимопроверка расчётов достаточных статистик	25
14	Непараметрические методы	ПЗ	Ролевая игра, Групповая работа с ранговыми критериями, Кейс-стади, Дискуссионные технологии, Интерактивные тренажёры	25
15	Временные ряды и прогнозирование	ПЗ	Проектно-ориентированное обучение, Кейс-стади, Работа в группах, Дискуссионные технологии, Интерактивная визуализация	25
16	Многомерные методы анализа	ПЗ	Групповое решение задач на PCA и кластеризацию, Кейс-стади, Деловая игра, Интерактивная доска, Проектно-ориентированное обучение	25
Итого				25%

Раздел 4. Организация самостоятельной работы обучающихся

4.1. Организация самостоятельной работы обучающихся

№	Тема дисциплины	№ вопро- сов	№ рекоменду- емой литерату- ры
1	2	3	4
1	Основы теории вероятностей	1–5	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
2	Описательная статистика и EDA	6–10	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15
3	Оценка параметров и доверительные интервалы	11–15	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15
4	Проверка гипотез и подгонка распределений	16–20	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15
5	Дисперсионный анализ (ANOVA)	21–25	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15
6	Линейная и множественная регрессия	26–30	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15
7	Обобщённые, регуляризованные и смешанные модели регрессии	31–35	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15
8	Пространственный анализ и картограммы	36–40	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
9	Случайные величины и их характеристики	41–45	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
10	Основные распределения вероятностей	46–50	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема	51–55	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
12	Многомерные случайные величины	56–60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
13	Методы статистического вывода: точечное оценивание (углублённо)	61–65	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
14	Непараметрические методы	66–70	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15
15	Временные ряды и прогнозирование	71–75	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15
16	Многомерные методы анализа	76–80	1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, 12, 14, 15

--	--	--	--

Перечень вопросов, выносимых на самостоятельную работу обучающихся

1. Дайте определение пространства элементарных исходов, события и вероятности события. Приведите примеры.
2. Сформулируйте классическое определение вероятности. В каких случаях оно применимо?
3. Сформулируйте теоремы сложения и умножения вероятностей. Приведите примеры их использования.
4. Что такое условная вероятность? Сформулируйте формулу полной вероятности.
5. Сформулируйте формулу Байеса. В каких прикладных задачах она используется?
6. Дайте определения среднему арифметическому, медиане и моде. В каких случаях каждая из этих мер центральной тенденции предпочтительнее?
7. Что такое дисперсия и стандартное отклонение? Как они характеризуют разброс данных?
8. Что такое квартили и межквартильный размах? Как они используются для выявления выбросов?
9. Какие графические методы используются в разведочном анализе данных (EDA)? Что показывает гистограмма и ящик с усами (boxplot)?
10. Что такое коэффициент корреляции Пирсона? Какие значения он может принимать и как интерпретируется?
11. Что такое точечная оценка параметра? Какими свойствами должна обладать хорошая оценка (несмещённость, состоятельность, эффективность)?
12. Что такое доверительный интервал? Как интерпретируется доверительный интервал с уровнем доверия 95%?
13. Как построить доверительный интервал для математического ожидания при известной дисперсии нормального распределения?
14. Как построить доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной дисперсии? Какое распределение при этом используется?
15. Как построить доверительный интервал для дисперсии нормального распределения? Какое распределение при этом используется?
16. Сформулируйте основные понятия проверки гипотез: нулевая и альтернативная гипотезы, статистика критерия, уровень значимости, р-значение.
17. Что такое ошибки первого и второго рода? Как они связаны с уровнем значимости и мощностью критерия?
18. Как проводится t-критерий Стьюдента для проверки гипотезы о равенстве среднего заданному значению?
19. Как проводится критерий хи-квадрат Пирсона для проверки гипотезы о распределении?
20. Как проводится критерий Колмогорова-Смирнова для проверки согласия с теоретическим распределением?
21. Для решения каких задач используется дисперсионный анализ? В чём состоит основная идея метода?
22. Сформулируйте нулевую гипотезу для однофакторного дисперсионного анализа. Как она проверяется?
23. Как разлагается общая сумма квадратов отклонений в однофакторном ANOVA? Что характеризует внутригрупповая и межгрупповая дисперсии?
24. Какая статистика используется в однофакторном ANOVA? Какое распределение она имеет при справедливости нулевой гипотезы?
25. Что такое двухфакторный дисперсионный анализ с взаимодействием и без взаимодействия? Для чего он применяется?
26. Сформулируйте постановку задачи линейной регрессии. Что такое зависимые и независимые переменные?
27. Как оцениваются параметры линейной регрессии методом наименьших квадратов? Что при этом минимизируется?

28. Как интерпретируются коэффициенты линейной регрессии? Что означает знак и величина коэффициента?
29. Что такое коэффициент детерминации R^2 ? Как интерпретируется его значение и каковы недостатки этой метрики?
30. Как проверить значимость коэффициентов множественной регрессии и значимость модели в целом (F-тест)?
31. Для решения каких задач используется логистическая регрессия? В чём отличие от линейной регрессии?
32. Что такое регуляризация L1 (Lasso) и L2 (Ridge)? Как они влияют на коэффициенты модели?
33. В чём отличие регуляризации L1 от L2? Когда целесообразно использовать каждую из них?
34. Что такое смешанные модели (mixed-effects models)? Для каких данных они предназначены?
35. Что такое гребневая регрессия (Ridge) и чем она отличается от обычной линейной регрессии?
36. Что такое пространственный анализ? Приведите примеры задач, решаемых с его помощью.
37. Что такое пространственная автокорреляция? Как измеряется автокорреляция (индекс Морана)?
38. Что такое картограмма (хороплет) и для визуализации каких данных она применяется?
39. Какие методы пространственной интерполяции (например, кригинг) используются для прогнозирования значений в неизвестных точках?
40. Какие задачи пространственного анализа могут решаться с использованием методов машинного обучения?
41. Дайте определение случайной величины. Чем различаются дискретные и непрерывные случайные величины? Приведите примеры.
42. Что такое функция распределения случайной величины? Перечислите её основные свойства.
43. Что такое плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины? Каким условиям она удовлетворяет?
44. Дайте определение математического ожидания и дисперсии дискретной и непрерывной случайной величины.
45. Что такое моменты случайных величин (начальные и центральные)? Для чего они используются?
46. Какие распределения относятся к дискретным? Опишите биномиальное распределение и распределение Пуассона.
47. Какие распределения относятся к непрерывным? Опишите равномерное распределение на отрезке.
48. Опишите нормальное распределение (распределение Гаусса). Какие параметры его определяют и в чём его особая роль?
49. Опишите показательное (экспоненциальное) распределение. В каких процессах оно возникает?
50. Какие распределения связаны с нормальным: распределение Стьюдента, распределение хи-квадрат и распределение Фишера? Где они применяются?
51. Сформулируйте закон больших чисел в форме Чебышёва. Каков его практический смысл?
52. Сформулируйте усиленный закон больших чисел (теорема Колмогорова). Чем он отличается от закона больших чисел в форме Чебышёва?
53. Сформулируйте центральную предельную теорему (классическую). Какое значение она имеет для математической статистики?
54. Почему нормальное распределение часто встречается в реальных данных? Как это связано с центральной предельной теоремой?
55. Как закон больших чисел и центральная предельная теорема используются при построении доверительных интервалов и проверке гипотез?
56. Что такое многомерная (векторная) случайная величина? Как задаётся распределение многомерной случайной величины?

57. Что такое ковариация и коэффициент корреляции двух случайных величин? Как они интерпретируются?
58. Что такое условное распределение и условное математическое ожидание? Приведите пример.
59. Что такое многомерное нормальное распределение? Какие параметры его определяют?
60. Что такое ковариационная матрица? Какими свойствами она обладает?
61. Что такое метод моментов для точечного оценивания параметров? Как он применяется?
62. Что такое метод максимального правдоподобия? В чём заключается идея этого метода?
63. Как строится функция правдоподобия для дискретной и непрерывной выборки? Приведите примеры.
64. Какими свойствами обладают оценки максимального правдоподобия (состоятельность, асимптотическая эффективность, инвариантность)?
65. Что такое информационная матрица Фишера и как она связана с дисперсией эффективных оценок?
66. В чём отличие непараметрических методов от параметрических? Когда целесообразно использовать непараметрические методы?
67. Какой критерий используется для проверки гипотезы о равенстве медиан двух независимых выборок (U-критерий Манна-Уитни)?
68. Какой критерий используется для проверки гипотезы о равенстве распределений двух связанных (парных) выборок (критерий знаков и критерий Уилкоксона)?
69. Что такое ядерное оценивание плотности распределения? Как выбирается ширина окна (bandwidth)?
70. Что такое критерий Краскела-Уоллиса и для каких задач он применяется?
71. Дайте определение временного ряда. Какие компоненты могут быть выделены в структуре временного ряда?
72. Что такое стационарность временного ряда? Почему она важна для анализа?
73. Что такое автокорреляционная функция и частная автокорреляционная функция? Для чего они используются?
74. Что такое модель ARIMA? Как расшифровываются параметры (p, d, q)?
75. Как оценивается качество прогнозов временных рядов? Какие метрики используются?
76. Для чего используется метод главных компонент (PCA)? Какова его основная идея?
77. Что такое факторный анализ? Чем он отличается от метода главных компонент?
78. Что такое дискриминантный анализ? Для решения каких задач он применяется?
79. Что такое многомерное шкалирование (MDS)? Для чего оно используется?
80. Что такое кластерный анализ? Какие основные методы кластеризации существуют?

4.2. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся обеспечивается следующими учебно-методическими материалами:

1. Указаниями в рабочей программе по дисциплине (п.4.1.)
2. Лекционные материалы в составе учебно-методического комплекса по дисциплине
3. Заданиями и методическими рекомендациями по организации самостоятельной работы обучающихся в составе учебно-методического комплекса по дисциплине.
4. Глоссарием по дисциплине в составе учебно-методического комплекса по дисциплине.

Раздел 5. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся

Фонд оценочных средств по дисциплине представляет собой совокупность контролирующих материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов образовательной программы. ФОС по дисциплине используется при проведении оперативного контроля и промежуточной аттестации обучающихся. Требования к структуре и содержанию ФОС дисциплины регламентируются Положением о фонде оценочных материалов по программам высшего образования – программам бакалавриата, магистратуры.

5.1. Паспорт фонда оценочных средств

Очная форма обучения (полный срок)

№	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Оценочные средства			
		Л	ПЗ (ЛЗ, СЗ)	СРО	Код индикатора и дескриптора достижения компетенций
1	2	3	4	5	6
1	Основы теории вероятностей	УО	ЗЗ, МШ	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
2	Описательная статистика и EDA	УО	ЗЗ, Д	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
3	Оценка параметров и доверительные интервалы	УО	ЗЗ, Д, МШ	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
4	Проверка гипотез и подгонка распределений	УО	ЗЗ, Д, МП	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
5	Дисперсионный анализ (ANOVA)	УО	ЗЗ, МШ	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
6	Линейная и множественная регрессия	УО	ЗЗ, Д	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
7	Обобщённые, регуляризованные и смешанные модели регрессии	УО	ЗЗ, МШ	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
8	Пространственный анализ и картограммы	УО	ЗЗ, МШ	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
9	Случайные величины и их характеристики	УО	ЗЗ, Д	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
10	Основные распределения вероятностей	УО	ЗЗ, Д, МШ	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема	УО	ЗЗ, Д, МП	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
12	Многомерные случайные величины	УО	ЗЗ, МШ	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
13		УО	ЗЗ, Д	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1

	Методы статистического вывода: точечное оценивание (углублённо)				ИД-6 УК- 2.2
14	Непараметрические методы	УО	33, МШ	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
15	Временные ряды и прогнозирование	УО	33, Д	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
16	Многомерные методы анализа	УО	33, МШ	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2

Очно-заочная форма обучения (полный срок)

№	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Оценочные средства			
		Л	ПЗ (ЛЗ, СЗ)	СРО	Код индикатора и дескриптора достижения компетенций
1	2	3	4	5	6
1	Основы теории вероятностей	УО	33, МШ	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
2	Описательная статистика и EDA	УО	33, Д	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
3	Оценка параметров и доверительные интервалы	УО	33, Д, МШ	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
4	Проверка гипотез и подгонка распределений	УО	33, Д, МП	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
5	Дисперсионный анализ (ANOVA)	УО	33, МШ	ПРВ	ИД-1 УК- 2.1 ИД-2 УК- 2.2
6	Линейная и множественная регрессия	УО	33, Д	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
7	Обобщённые, регуляризованные и смешанные модели регрессии	УО	33, МШ	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
8	Пространственный анализ и картограммы	УО	33, МШ	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
9	Случайные величины и их характеристики	УО	33, Д	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
10	Основные распределения вероятностей	УО	33, Д, МШ	ПРВ	ИД-3 УК- 2.1 ИД-4 УК- 2.2
11	Закон больших чисел и центральная предельная теорема	УО	33, Д, МП	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
12	Многомерные случайные величины	УО	33, МШ	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2

13	Методы статистического вывода: точечное оценивание (углублённо)	УО	ЗЗ, Д	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
14	Непараметрические методы	УО	ЗЗ, МШ	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
15	Временные ряды и прогнозирование	УО	ЗЗ, Д	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2
16	Многомерные методы анализа	УО	ЗЗ, МШ	ПРВ	ИД-5 УК- 2.1 ИД-6 УК- 2.2

Условные обозначения оценочных средств (Столбцы 3, 4, 5):

ЗЗ – защита выполненных заданий (творческих, расчетных и т.д.), представление презентаций;

ПРВ – проверка рефератов, отчетов, рецензий, аннотаций, конспектов, графического материала, эссе, переводов, решений заданий, выполненных заданий в электронном виде и т.д.;

МШ – Метод мозгового штурма;

Д – Дискуссия, полемика, диспут, дебаты;

МП – Метод проектов.

5.2. Тематика письменных работ обучающихся

1. Эволюция понятия вероятности: от классического к аксиоматическому определению.
2. Парадоксы теории вероятностей (парадокс Монти Холла, парадокс дней рождения, парадокс Симпсона и др.) и их разрешение.
3. Роль формулы Байеса в современной науке и машинном обучении.
4. Схема Бернулли и её приложения в контроле качества продукции.
5. Закон больших чисел: история открытия, формулировки, практическое значение.
6. Сравнительный анализ дискретных распределений (биномиальное, Пуассона, геометрическое, гипергеометрическое): области применения.
7. Нормальное распределение: история открытия, свойства, роль в статистике.
8. Центральная предельная теорема: доказательство, следствия, границы применимости.
9. Распределения χ^2 , Стьюдента и Фишера: вывод, свойства, использование в статистических тестах.
10. Экспоненциальное распределение и свойство отсутствия памяти: примеры из теории надёжности и теории массового обслуживания.
11. Многомерные случайные величины: методы описания и анализа зависимостей.
12. Методы визуализации данных: от гистограммы до ящика с усами (boxplot) – история и современные практики.
13. Выбросы в данных: методы обнаружения, влияние на статистические выводы, способы обработки.
14. Роль медианы и устойчивых статистик в анализе зашумлённых данных.
15. Квартильный анализ и межквартильный размах: применение в финансах и биостатистике.
16. Метод максимального правдоподобия: история, математические основы, примеры оценивания.
17. Несмещённые, состоятельные и эффективные оценки: сравнение свойств на примерах.
18. Доверительные интервалы: различные подходы к построению и интерпретации.

19. Ошибки первого и второго рода в медицинских исследованиях: клинические примеры.
20. P-value: история возникновения, современная критика, альтернативные подходы.
21. Критерий χ^2 Пирсона: теоретические основы и применение в социологических исследованиях.
22. Дисперсионный анализ (ANOVA): от сельскохозяйственных опытов до анализа данных в биоинформатике.
23. Множественные сравнения в ANOVA: проблема, методы коррекции (Бонферрони, Тьюки, Шеффе).
24. Метод наименьших квадратов: история открытия (Лежандр, Гаусс) и современное значение.
25. Мультиколлинеарность в регрессии: обнаружение, последствия, методы преодоления.
26. Логистическая регрессия: от бинарной классификации до многономиальной модели.
27. Обобщённые линейные модели (GLM): унифицированный подход к регрессионному анализу.
28. Регуляризация в регрессии: Lasso, Ridge, Elastic Net – сравнительный анализ.
29. Смешанные модели (Linear Mixed Models): применение в продольных и иерархических данных.
30. Метод главных компонент (PCA): геометрическая интерпретация и приложения для снижения размерности.
31. Кластерный анализ: обзор методов (k-means, иерархический, DBSCAN) и критериев качества.
32. Дискриминантный анализ: LDA vs QDA – сравнительная характеристика.
33. Непараметрические критерии: когда и почему их следует применять?
34. Ранговые корреляции Спирмена и Кендалла: сравнение с корреляцией Пирсона.
35. Пространственный анализ данных: индекс Морана, пространственные веса, модели SAR и SEM.
36. Временные ряды: модели ARIMA, SARIMA – этапы построения и прогнозирование.
37. Стационарность временных рядов: тесты, преобразования, практическое значение.
38. Анализ выживаемости: функция выживания, кривые Каплана–Мейера, регрессия Кокса.
39. Байесовский подход в статистике: сравнение с частотным на примерах.
40. Bootstrap и методы перевыборки: история, алгоритмы, применение для оценки точности.

5.3. Перечень вопросов промежуточной аттестации по дисциплине

Вопросы к зачету:

1. Дайте определение пространства элементарных исходов, события, достоверного и невозможного события. Приведите примеры.
2. Сформулируйте классическое, геометрическое, статистическое и аксиоматическое определения вероятности. Укажите их преимущества и границы применимости.
3. Что такое условная вероятность? Сформулируйте теорему умножения вероятностей для зависимых и независимых событий.
4. Выведите формулу полной вероятности и поясните её смысл на примере гипотез.
5. Запишите и поясните формулу Байеса. В чём состоит её роль в статистическом выводе?
6. Опишите схему независимых испытаний Бернулли. Запишите формулу Бернулли и формулу Пуассона для редких событий.
7. Дайте определение случайной величины. Чем различаются дискретные и непрерывные случайные величины? Приведите примеры.

8. Дайте определение функции распределения случайной величины. Перечислите её основные свойства.
9. Дайте определение плотности распределения вероятностей для непрерывной случайной величины. Перечислите её свойства.
10. Дайте определение математического ожидания случайной величины. Перечислите его свойства.
11. Дайте определение дисперсии и среднего квадратического отклонения случайной величины. Перечислите свойства дисперсии.
12. Что такое начальные и центральные моменты случайной величины? Как они связаны с математическим ожиданием и дисперсией?
13. Опишите биномиальное распределение: параметры, формула вероятности, математическое ожидание и дисперсия. Приведите примеры применения.
14. Опишите распределение Пуассона: параметры, формула вероятности, свойства. В каком смысле оно является предельным для биномиального?
15. Опишите нормальное (гауссовское) распределение: параметры, вид плотности, правило «трёх сигм». Почему оно занимает центральное место в статистике?
16. Опишите равномерное и экспоненциальное распределения. Каким важным свойством обладает экспоненциальное распределение?
17. Опишите распределения χ^2 , Стьюдента (t) и Фишера (F). Укажите их связь с нормальным распределением и области применения.
18. Сформулируйте закон больших чисел (теорему Чебышёва) и центральную предельную теорему (Линдберга–Леви). В чём фундаментальное значение ЦПТ для статистики?
19. Дайте определение выборки, вариационного ряда, эмпирической функции распределения. Перечислите свойства эмпирической функции распределения.
20. Перечислите меры центральной тенденции (среднее, медиана, мода). Сравните их устойчивость к выбросам.
21. Дайте определение выборочной дисперсии, исправленной выборочной дисперсии, среднего квадратического отклонения. Почему вводится исправленная дисперсия?
22. Что такое квартили, межквартильный размах? Опишите правило «1,5 IQR» для выявления выбросов. Как строится «ящик с усами» (boxplot)?
23. Сформулируйте задачу точечного оценивания параметров распределения. Дайте определение несмещённой, состоятельной и эффективной оценки.
24. В чём суть метода моментов и метода максимального правдоподобия? Сравните эти два подхода.
25. Дайте определение доверительного интервала. Что такое доверительная вероятность и уровень значимости?
26. Запишите формулы доверительных интервалов для математического ожидания нормального распределения при известной и при неизвестной дисперсии.
27. Запишите формулы доверительных интервалов для дисперсии нормального распределения и для вероятности (доли) биномиального признака.
28. Что такое статистическая гипотеза? Чем нулевая гипотеза отличается от альтернативной? Приведите примеры простых и сложных гипотез.
29. Объясните смысл ошибок первого и второго рода. Что такое уровень значимости и мощность критерия? Как они связаны между собой?
30. Дайте определение p-value. Опишите правило принятия решения на основе p-value и заданного уровня значимости α .

31. Для чего применяется t-критерий Стьюдента? Опишите ситуации: одна выборка, две независимые выборки, парные выборки.
32. Сформулируйте идею критерия χ^2 Пирсона для проверки согласия распределения. В каких ещё задачах применяется критерий χ^2 ?
33. В чём суть дисперсионного анализа (ANOVA)? Сформулируйте нулевую гипотезу в однофакторном ANOVA. Объясните разбиение общей суммы квадратов.
34. Перечислите предпосылки (допущения) однофакторного дисперсионного анализа. Почему важна проверка однородности дисперсий?
35. Запишите модель парной линейной регрессии. Сформулируйте суть метода наименьших квадратов (МНК). Какие свойства МНК-оценок гарантирует теорема Гаусса–Маркова?
36. Дайте определение коэффициента детерминации R^2 . Как интерпретировать его значение? Что такое мультиколлинеарность в множественной регрессии?
37. Что такое пространственная автокорреляция? Что измеряет глобальный индекс Морана (Moran's I)? Как интерпретируются его значения?
38. Опишите непараметрические критерии (знаковый, Манна–Уитни, Вилкоксона, Колмогорова–Смирнова). В чём преимущества и недостатки непараметрических методов?
39. Назовите основные компоненты временного ряда (тренд, сезонность, цикл, случайная составляющая). Что такое стационарность временного ряда и как её проверить?
40. Для чего применяется метод главных компонент (РСА) и кластерный анализ? Кратко опишите идею каждого метода.

Раздел 6. Оценочные средства промежуточной аттестации (с ключами)

1. Классическое определение вероятности события A – это:

- А) Отношение числа благоприятствующих событию A исходов к общему числу равновероятных исходов
 - Б) Предел относительной частоты появления события A при неограниченном увеличении числа испытаний
 - В) Мера геометрической фигуры, благоприятствующей событию A , делённая на меру всей области
 - Г) Число, приписываемое событию A и удовлетворяющее аксиомам неотрицательности, нормированности и аддитивности
- Правильный ответ: А

2. Формула полной вероятности имеет вид:

- А) $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A|H_i)$ $P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) \cdot P(A|H_i)$
 - Б) $P(A) = P(A|H)P(H)$ $P(A) = P(H)P(A|H)$
 - В) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 - Г) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- Правильный ответ: А

3. Какая из перечисленных характеристик является мерой центральной тенденции?

- А) Дисперсия
 - Б) Среднее квадратическое отклонение
 - В) Медиана
 - Г) Коэффициент вариации
- Правильный ответ: В

4. Исправленная выборочная дисперсия вычисляется по формуле (где \bar{x} – выборочное среднее):

- А) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
- Б) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
- В) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
- Г) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$

Правильный ответ: Б

5. Что из перечисленного является свойством несмещённой оценки параметра θ ?

- А) $\lim_{n \rightarrow \infty} E[\hat{\theta}_n] = \theta$
- Б) $E[\hat{\theta}_n] = \theta$ для любого объёма выборки n
- В) Дисперсия оценки стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$
- Г) Оценка принимает только целые значения

Правильный ответ: Б

6. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии σ^2 строится с использованием:

- А) Распределения Стьюдента
- Б) Распределения χ^2
- В) Нормального распределения
- Г) Распределения Фишера

Правильный ответ: В

7. Уровень значимости α – это вероятность:

- А) Правильного принятия нулевой гипотезы
- Б) Отвергнуть нулевую гипотезу, когда она верна (ошибка первого рода)
- В) Принять нулевую гипотезу, когда она неверна (ошибка второго рода)
- Г) Получить p-value, равный нулю

Правильный ответ: Б

8. Критерий χ^2 Пирсона применяется для:

- А) Сравнения двух средних
- Б) Проверки гипотезы о законе распределения (согласия)
- В) Сравнения двух дисперсий
- Г) Оценки коэффициента корреляции

Правильный ответ: Б

9. В однофакторном дисперсионном анализе нулевая гипотеза утверждает, что:

- А) Все групповые дисперсии равны между собой
- Б) Все групповые средние равны между собой
- В) Все групповые средние различны
- Г) Генеральная дисперсия равна нулю

Правильный ответ: Б

10. Коэффициент детерминации R^2 в линейной регрессии показывает:

- А) Долю дисперсии зависимой переменной, объяснённую моделью
- Б) Абсолютную величину ошибки прогноза
- В) Степень мультиколлинеарности предикторов
- Г) Уровень значимости коэффициентов регрессии

Правильный ответ: А

11. Какое распределение используется в двухвыборочном t-критерии Стьюдента для независимых выборок (при равенстве дисперсий)?

- А) Нормальное распределение
- Б) Распределение χ^2

- В) Распределение Стьюдента с $(n_1 + n_2 - 2)$ степенями свободы
Г) Распределение Фишера
Правильный ответ: В

12. Метод максимального правдоподобия служит для:
А) Построения доверительных интервалов
Б) Точечного оценивания параметров распределения
В) Проверки гипотезы о нормальности
Г) Визуализации многомерных данных
Правильный ответ: Б

13. Что измеряет коэффициент корреляции Пирсона?
А) Силу и направление линейной связи между двумя переменными
Б) Степень нелинейной зависимости
В) Различие между двумя выборками
Г) Вклад каждого предиктора в регрессионную модель
Правильный ответ: А

14. Центральная предельная теорема утверждает, что:
А) Среднее арифметическое независимых СВ сходится к математическому ожиданию
Б) Сумма большого числа независимых СВ имеет распределение, близкое к нормальному
В) Дисперсия суммы независимых СВ равна сумме дисперсий
Г) Любая случайная величина имеет нормальное распределение
Правильный ответ: Б

15. К непараметрическим критериям относится:
А) t-критерий Стьюдента
Б) Критерий Манна–Уитни
В) F-критерий Фишера
Г) Критерий Шапиро–Уилка
Правильный ответ: Б

16. Глобальный индекс Морана (Moran's I) используется для измерения:
А) Стационарности временного ряда
Б) Пространственной автокорреляции
В) Мультиколлинеарности предикторов
Г) Согласия эмпирического распределения с теоретическим
Правильный ответ: Б

17. Модель ARIMA(p,d,q) включает следующие компоненты:
А) Авторегрессию, интегрирование, скользящее среднее
Б) Асимметрию, размах, интерквартильный размах
В) Анализ, регуляризацию, инерцию
Г) Автокорреляцию, ранговую корреляцию, индекс
Правильный ответ: А

18. Для чего применяется метод главных компонент (PCA)?
А) Для проверки гипотезы о равенстве средних
Б) Для снижения размерности данных с сохранением максимальной дисперсии
В) Для классификации объектов по группам
Г) Для прогнозирования временных рядов
Правильный ответ: Б

19. Если p-value = 0,03, а уровень значимости $\alpha = 0,05$, то:

- А) Нулевая гипотеза отвергается
 - Б) Нулевая гипотеза принимается
 - В) Результат считается статистически незначимым
 - Г) Необходимо увеличить объём выборки
- Правильный ответ: А

20. Временной ряд называется стационарным (в широком смысле), если:

- А) Его среднее и дисперсия постоянны, а автоковариация зависит только от лага
- Б) Он не содержит сезонной компоненты
- В) Все его значения положительны
- Г) Он описывается полиномом первой степени

Правильный ответ: А

Раздел 7. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

7.1. Основная литература

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Юрайт, 2024. — 479 с.
2. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд. — Москва : Юрайт, 2024. — 538 с.
3. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами / под ред. А. И. Кибзуна. — 3-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2022. — 224 с.
4. Олесов А.В. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику : учебник / А. В. Олесов. — Москва : Юрайт, 2025. — 285 с.
5. Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В. Н. Калинина. — 2-е изд. — Москва : Юрайт, 2024. — 472 с.

7.2. Дополнительная литература

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей : учебник / Б. В. Гнеденко. — 9-е изд. — Москва : URSS, 2011. — 485 с.
2. Ширяев А.Н. Вероятность : учебник : в 2 кн. / А. Н. Ширяев. — 3-е изд. — Москва : МЦНМО, 2004. — 927 с.
3. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. — 2-е изд. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 816 с.
4. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей : учебное пособие / А. М. Зубков [и др.]. — 3-е изд. — Москва : МЦНМО, 2021. — 320 с.
5. Палий И.А. Теория вероятностей. Задачник : учебное пособие / И. А. Палий. — 3-е изд. — Москва : Юрайт, 2024. — 276 с.

7.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Открытое образование — Онлайн-курс «Теория вероятностей и математическая статистика для инженеров» (НИУ «МЭИ»). Режим доступа: <https://openedu.ru/course/mei/TVERMS/> (дата обращения: 06.04.2026).
2. Национальный открытый университет «ИНТУИТ» — Курс «Теория вероятностей и математическая статистика». Режим доступа: <https://intuit.ru/> (дата обращения: 06.04.2026).

3. YouTube — Видеолекции по теории вероятностей и математической статистике (лектор М.Е. Широков). Режим доступа: <https://www.youtube.com/> (дата обращения: 06.04.2026).
4. Электронная библиотечная система «Лань». Режим доступа: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 06.04.2026).
5. Образовательная платформа «Юрайт». Режим доступа: <https://urait.ru> (дата обращения: 06.04.2026).

Раздел 8. Материально-техническая база и информационные технологии

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине:

Материально-техническое обеспечение дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» включает в себя учебные аудитории для проведения занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, самостоятельной работы обучающихся.

Учебные аудитории укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет.

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных технологий обучения. Специфика реализации дисциплины с применением дистанционных технологий обучения устанавливается дополнением к рабочей программе. В части не противоречащей специфике, изложенной в дополнении к программе, применяется настоящая рабочая программа.

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине с применением дистанционных образовательных технологий включает в себя:

Компьютерная техника, расположенная в учебном корпусе Института (ул. Качинцев, 63, кабинет Центра дистанционного обучения):

1. Intel i 3 3.4Ghz\ОЗУ 4Gb\500GB\RadeonHD5450
2. Intel PENTIUM 2.9GHz\ОЗУ 4GB\500GB

3. личные электронные устройства (компьютеры, ноутбуки, планшеты и иное), а также средства связи преподавателей и студентов.

Информационные технологии, необходимые для осуществления образовательного процесса по дисциплине с применением дистанционных образовательных технологий включают в себя:

- система дистанционного обучения (СДО) (Learning Management System) (LMS) Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment);

- электронная почта;

- система компьютерного тестирования;

- Цифровой образовательный ресурс IPR SMART;

- система интернет-связи skype;

- телефонная связь;

- ПО для организации конференций.

Обучение обучающихся инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется посредством применения специальных технических средств в зависимости от вида нозологии.

При проведении учебных занятий по дисциплине используются мультимедийные комплексы, электронные учебники и учебные пособия, адаптированные к ограничениям здоровья обучающихся.

Лекционные аудитории оборудованы мультимедийными кафедрами, подключенными к звуковым колонкам, позволяющими усилить звук для категории слабослышащих обучающихся, а также проекционными экранами, которые увеличивают изображение в несколько раз и позволяют воспринимать учебную информацию обучающимся с нарушениями зрения.

При обучении лиц с нарушениями слуха используется усилитель слуха для слабослышащих людей Cyber Ear модель НАР-40, помогающий обучаемым лучше воспринимать учебную информацию.

Обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья, обеспечены печатными и электронными образовательными ресурсами (программы, учебники, учебные пособия, материалы для самостоятельной работы и т.д.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

для лиц с нарушениями зрения:

- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла;

для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;
- в форме электронного документа;
- в форме аудиофайла.

Раздел 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Дисциплина включает практические занятия, самостоятельную работу обучающегося.

В ходе изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» перед обучающимися стоит задача не только закрепить знания о сложных информационных явлениях, о чем свидетельствует содержание тематического плана, глубоко разобраться в объемном учебном материале, но и сформировать у себя на основе полученных компьютерных знаний соответствующие профессионально важные качества.

Практические занятия – один из самых эффективных видов учебных занятий, на которых обучающиеся учатся творчески работать с различной информацией, являются также действенной формой активизации самостоятельной работы обучающихся.

Целью практических занятий является закрепление полученных в ходе лекций, а также в ходе самостоятельной работы над учебной и специальной литературой, знаний, умений и навыков. На практических занятиях особо обращается внимание на умение обучающихся проявлять элементы творчества в процессе самостоятельной работы, применять полученные знания на практике.

Практические занятия занимают центральное место в учебном процессе, так как позволяют на завершающем этапе усвоения материала, после прослушанной лекции и самостоятельного поиска дополнительных сведений по рассматриваемой проблематике, окончательно уточнить, сформировать свои позиции в ходе работы в составе учебной группы.

Основное в подготовке и проведении практикума – это самостоятельная работа обучающегося над изучением темы лекционного материала. Практические занятия проводятся по специальным планам – заданиям, которые содержатся в материалах, подготовленных на кафедре. Обучающийся обязан точно знать план занятия либо конкретное задание к нему.

При подготовке к практическим занятиям следует чаще обращаться к справочной литературе, полнее использовать консультации (групповые и индивидуальные, устные и письменные) с преподавателями, которые читают лекции и проводят практикумы.

Таким образом, в процессе подготовке к практическому занятию рекомендуется:

- ознакомиться с вопросами плана;
- прочитать конспект лекции по изучаемой теме;
- прочитать соответствующие главы учебников, статьи;
- просмотреть перечень научных источников, предлагаемых в рабочей программе, выбрав несколько из них для углубленного изучения данной темы.

По каждому практическому заданию обучающиеся отчитываются преподавателю, оформляя письменный отчет, в котором сохраняют результаты своей работы в виде файлов. Результаты выполнения практических заданий оцениваются с учетом теоретических знаний по соответствующим вопросам дисциплины и уровнем владения практическими навыками при работе на компьютере.

Для углубленного изучения и освоения материала целесообразно выполнение практических работ, наряду с другими различными формами обучения обучающихся: тесты, задачи, упражнения, которые используются при проведении практических занятий, выполнении контрольных и аудиторных работ, а также при самостоятельном изучении данной дисциплины.

Одним из наиболее интенсивных способов изучения дисциплины является самостоятельное выполнение практических работ, на которых вырабатываются навыки по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

СРО позволяет глубже освоить теоретические и практические вопросы, понять принципы дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

Основными задачами организации процесса самостоятельной работы по дисциплине являются:

- приобретение знаний по теоретическим основам дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», являющихся дополнением к материалу лекционных аудиторных занятий;
- приобретение практических навыков по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Основные формы реализации СРО – изучение учебно-методической литературы по дисциплине.

плине «Теория вероятностей и математическая статистика». В качестве базовой литературы можно использовать учебники и учебные пособия, согласно приведенному списку в разделе 6 рабочей программы, а также любые другие источники информации, такие как электронные учебники, обучающие и энциклопедические сайты, публикации журналов и конференций.

Обучающийся допускается к зачетному занятию по результатам успешного выполнения всех практических заданий и самостоятельной работы.

Учебно-методическое издание

Рабочая программа учебной дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика

(Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

Скоробогатченко Дмитрий Анатольевич

(Фамилия, Имя, Отчество составителя)
